Problemas para la $\mathbf{21^a}$ Olimpiada Mexicana de Matemáticas

(Problemas Introductorios)

Editado por:

José Luis Alonzo Velázquez

Jorge Samuel Manuel Camacho Orihuela

Gabriela Campero Arena

Vicente Castro Salgado

Jesús Jerónimo Castro

Carlos Jacob Rubio Barrios

Esperanza Trenado Sánchez

2007

José Luis Alonzo Velázquez
Estudiante de la Facultad de Matemáticas,
Universidad de Guanajuato.

Jorge Samuel Manuel Camacho Orihuela
Estudiante de la Facultad de Matemáticas,
Universidad Autónoma de Guerrero.

Gabriela Campero Arena
Facultad de Ciencias,
Universidad Nacional Autónoma de México.

Vicente Castro Salgado
Facultad de Matemáticas,
Universidad Autónoma de Guerrero.

Jesús Jerónimo Castro
Facultad de Matemáticas,
Universidad Autónoma de Guerrero.

Carlos Jacob Rubio Barrios
Facultad de Matemáticas,
Universidad Autónoma de Yucatán.

Esperanza Trenado Sánchez
Estudiante de la Facultad de Matemáticas,
Universidad Autónoma de Guerrero.

Contenido

Presentación

La Sociedad Matemática Mexicana organiza la 21^{a} Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Los ganadores de este certamen formarán las selecciones que participarán en las distintas Olimpiadas Internacionales del año 2008: la XX Olimpiada Matemática de la Cuenca del Pacífico que se llevará a cabo en el mes de marzo en México y los exámenes se corregirán en Corea, la 49^{a} Olimpiada Internacional que se llevará a cabo en España durante el mes de julio, la XXIII Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas que se realizará en septiembre en Brasil y la X Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe que se celebrará en alguno de los países participantes en el mes de junio.

En la 21^{a} Olimpiada Mexicana de Matemáticas pueden participar los estudiantes de México nacidos después del 1^{o} de agosto de 1988. Los concursantes deberán estar inscritos en una institución preuniversitaria durante el primer semestre del ciclo escolar 2007-2008 y, para el 1^{o} de julio de 2008, no deberán haber iniciado estudios de nivel universitario.

La intención de esta publicación es que sirva como guía para los alumnos que desean prepararse para el Concurso Nacional de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas. Los problemas que aparecen aquí no son ejercicios rutinarios en los que se apliquen directamente los conocimientos que se adquieren en la escuela, son problemas que requieren de una buena dosis de ingenio y de esfuerzo para ser resueltos. Como en todos los aspectos del aprendizaje de las matemáticas, el esfuerzo individual y el enfrentamiento solitario con los problemas son importantes, pero también es muy importante la discusión con los compañeros y los profesores.

Una forma de manifestar creatividad en matemáticas es resolviendo problemas. Otra forma, que requiere de una mayor madurez, es inventándolos. Invitamos a todos los lectores de este folleto: profesores, estudiantes, olímpicos y exolímpicos

a que nos envíen problemas con solución. Las aportaciones serán consideradas para su inclusión en exámenes o en futuros folletos.
Este folleto incluye problemas de los exámenes estatales de: Baja California, Coahuila, Estado de México, Guerrero, Jalisco, Nuevo León, San Luis Potosí, Sonora, Veracruz, Yucatán y Zacatecas. También incluye problemas de los exámenes Canguro Matemático Mexicano de los años 2005 y 2006.

Etapas de la Olimpiada

La Olimpiada Mexicana de Matemáticas consta de tres etapas:

Exámenes Estatales. Estos exámenes servirán para formar las selecciones estatales que asistirán al Concurso Nacional.

Concurso Nacional. Este concurso se llevará a cabo en la ciudad de Saltillo, Coahuila, del 11 al 16 de noviembre de 2007. En él, se elegirá a la preselección mexicana.

Entrenamientos. A los alumnos de la preselección que surjan del Concurso Nacional se les entrenará intensivamente durante el primer semestre del año 2008. También, se les aplicarán exámenes para determinar a los que representarán a México en las olimpiadas internacionales.

La participación en las tres etapas mencionadas es **individual**.

Resumen de Resultados

En el año de 1987 la Sociedad Matemática Mexicana organizó la Primera Olimpiada Mexicana de Matemáticas. A partir de esa fecha, los concursos nacionales se han celebrado anualmente en las ciudades de Xalapa, Hermosillo, Metepec, Guanajuato, Oaxtepec, La Trinidad, Acapulco, Guadalajara, Colima, Mérida, Monterrey, Querétaro, Oaxaca, Morelia, Oaxtepec, Colima, Guanajuato, Ixtapan de la Sal, Campeche y Zacatecas.

Resultados de México en las Internacionales

Los resultados de las Delegaciones Mexicanas en las Olimpiadas Internacionales, Iberoamericanas y Centroamericanas han sido los siguientes:

Olimpiada Internacional de Matemáticas

año	*país sede*	*no. de países*	*lugar de México*
1988	Australia	49	37
1989	Rep. Fed. de Alemania	50	31
1990	Rep. Popular de China	54	36
1991	Suecia	55	35
1992	Rusia	56	49
1993	Turquía	73	63
1994	Hong Kong	69	65
1995	Canadá	74	59
1996	India	75	53
1997	Argentina	82	32
1998	Taiwán	75	44
1999	Rumania	81	52
2000	Corea	82	30
2001	Estados Unidos	83	46
2002	Escocia	84	46
2003	Japón	82	41
2004	Grecia	84	37
2005	México	91	31
2006	Eslovenia	90	24

La 47^{a} Olimpiada Internacional de Matemáticas se llevó a cabo en Ljubljana, Eslovenia, del 8 al 19 de julio de 2006. La delegación que representó a México estuvo integrada por los alumnos: Marco Antonio Ávila Ponce de León (Yucatán),

Isaac Buenrostro Morales (Jalisco), Guevara Manuel Angel Guevara López (Zacatecas), Iván Joshua Hernández Maynez (Coahuila), Aldo Pacchiano Camacho (Morelos) y Pablo Soberón Bravo (Morelos).
Este año el equipo obtuvo los mejores resultados que ha obtenido un equipo mexicano en este certamen y se colocó en el lugar 24 de los 90 países asitentes. Individualmente Pablo Soberón obtuvo medalla de oro, la primera que logra un alumno de México. Isaac Buenrostro y Joshua Hernández obtuvieron cada uno medalla de plata, Manuel Guevara ganó medalla de bronce y Aldo Pacchiano se acreditó una mención honorífica.

Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas

año	*país sede*	*no. de países*	*lugar de México*
1989	Cuba	13	3
1990	España	15	3
1991	Argentina	16	5
1992	Venezuela	16	6
1993	México	16	9
1994	Brasil	16	6
1995	Chile	18	9
1996	Costa Rica	17	2
1997	México	17	3
1998	República Dominicana	18	5
1999	Cuba	20	3
2000	Venezuela	21	2
2001	Uruguay	21	3
2002	El Salvador	22	3
2003	Argentina	19	4
2004	España	22	5
2005	Colombia	22	2
2006	Ecuador	21	1

La XXI Olimpiada Iberoamericana se llevó a cabo en Guayaquil, Ecuador, del 23 al 30 de septiembre de 2006. Los alumnos que concursaron fueron: Isaac Buenrostro Morales (Jalisco), Fernando Campos García (Distrito Federal), Iván Joshua Hernández Máynez (Coahuila) y Pablo Soberón Bravo (Morelos). Obtuvieron medalla de oro Iván Joshua y Pablo, y de plata Isaac y Fernando. México por primera vez ocupó el primer lugar de 21 países participantes.

Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe

año	*país sede*	*no. de países*	*lugar de México*
1999	Costa Rica	10	2
2000	El Salvador	9	2
2001	Colombia	10	2
2002	México	8	1
2003	Costa Rica	11	1
2004	Nicaragua	12	1
2005	El Salvador	12	1
2006	Panamá	12	1

Del 29 de julio al 5 de agosto de 2006, se celebró en Panamá, la VIII Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe. La delegación mexicana estuvo integrada por los alumnos: José Daniel Ríos (Querétaro), Paul Gallegos (Jalisco) y Andrés Gómez (Distrito Federal). Los alumnos José Daniel (con examen perfecto) y Paul obtuvieron medalla de oro y Andrés obtuvo medalla de plata. México ocupó la posición número 1 de los 12 países participantes.

Olimpiada Matemática de la Cuenca del Pacífico

Desde 1991, los ganadores del Concurso Nacional participan anualmente en la Olimpiada Matemática de la Cuenca del Pacífico. No existe un registro estadístico sobre la participación de México antes del año 2004.

año	*país sede*	*no. de países*	*lugar de México*
2004	Canadá	19	9
2005	Corea	19	13
2006	Corea	21	10

Durante el mes de marzo de 2006 se aplicó el examen de la XVIII Olimpiada Matemática de la Cuenca del Pacífico a todos los alumnos que en ese momento se encontraban en los entrenamientos. Dicho examen se aplica y califica en México. Los mejores exámenes se enviaron a Corea para ser evaluados por el comité coreano. Los alumnos que obtuvieron medalla fueron: Guevara Manuel Ángel Guevara López (Zacatecas), con medalla de oro; Isaac Buenrostro Morales (Jalisco) e Iván Joshua Hernández Máynez (Coahuila), con medalla de plata; Pablo Soberón Bravo (Morelos) y David Guadalupe Torres Flores (Guanajuato), con medalla de bronce. Los siguientes alumnos obtuvieron mención honorífica: Rodrigo Mendoza Orozco y Jan Marte Contreras Ortiz (Jalisco), Valente Ramírez García Luna (San Luis Potosí), Jesús Aarón Escalera Rodríguez (Nuevo León) y Fernando Campos García (Distrito Federal). México ocupó el lugar número 10 de los 21 países participantes.

Número de Medallas obtenidas en Concursos Internacionales

La siguiente tabla contiene el número total de medallas obtenidas por México en las Olimpiadas Internacionales.

Olimpiada	*Oro*	*Plata*	*Bronce*	*Mención Honorífica*
Internacional	1	5	29	21
Iberoamericana	15	27	23	3
Centroamericana	14	8	2	0
Cuenca Pacífico[1]	2	3	6	14

[1] Desde 2004.

Resultados del Concurso Nacional de la 20^{a} Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Del 12 al 17 de noviembre de 2006 se llevó a cabo en Zacatecas, Zacatecas, el Concurso Nacional de la 20^{a} Olimpiada Mexicana de Matemáticas, con la participación de todos los estados de la República. Los 16 alumnos ganadores del primer lugar fueron:

Juan Carlos Ramírez Prado (Baja California)
Fernando Campos García (Distrito Federal)
Andrés Leonardo Gómez Emilsson (Distrito Federal)
Leonardo Ignacio Martínez Sandoval (Distrito Federal)
Isaac Buenrostro Morales (Jalisco)
Jan Marte Contreras Ortiz (Jalisco)
Paul Iván Gallegos Bernal (Jalisco)
Aldo Pacchiano Camacho (Morelos)
Rígel Apolonio Juárez Ojeda (Puebla)
José Daniel Ríos Ferrusca (Querétaro)
Javier Ernesto Flores Robles (San Luis Potosí)
Valente Ramírez García Luna (San Luis Potosí)

Ariel Chávez González (Veracruz)
Marco Antonio Ávila Ponce de León (Yucatán)
Manuel Jesús Novelo Puc (Yucatán)
Cristian Manuel Oliva Aviles (Yucatán)

Los 6 alumnos preseleccionados para la Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe fueron:

Luis Angel Isaías Castellanos (Colima)
Manuel Guillermo López Buenfil (Chihuahua)
Joshua Eduardo Morales Salinas (Nuevo León)
Alejandro Jiménez Martínez (Guanajuato)
José Ariel Camacho Gutiérrez (Guerrero)
Eric Alejandro Gallegos Baños (Oaxaca)

Aunque la participación en el Concurso Nacional es individual, es importante destacar la labor que han llevado a cabo los estados de la República apoyando a sus concursantes. Con el propósito de reconocer este trabajo, presentamos el registro de los estados que ocuparon los primeros 10 lugares en el Concurso Nacional de la 20^a Olimpiada Mexicana de Matemáticas.

1. Jalisco
2. Yucatán
3. Morelos
4. Distrito Federal
5. San Luis Potosí
6. Nuevo León
7. Baja California
8. Veracruz
9. Aguascalientes
10. Querétaro
10. Sonora[2]

[2] Los números repetidos indican empate en la puntuación.

En esta ocasión, el premio a la Superación Académica se llamó Copa "$M = A + C$ (Matemáticas igual a arte más ciencia)" y fue ganado por el estado de Colima. El segundo y tercer lugar de este premio lo ocuparon, respectivamente, Guerrero e Hidalgo.

Agradecimientos

Agradecemos a todos los estados que colaboraron con los problemas que aparecen en este folleto.

Información sobre la Olimpiada

Para obtener más información sobre los eventos de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas o para consultar más material de estudio, visita nuestro sitio de Internet:

http://erdos.fciencias.unam.mx/omm

COMITÉ ORGANIZADOR DE LA
OLIMPIADA MEXICANA DE MATEMÁTICAS

Febrero de 2007

Enunciados de los Problemas

Para mostrar el tipo de problemas que se manejan en la fase estatal de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas, presentamos aquí algunos ejemplos de ellos. Las soluciones se encuentran después.

Problema 1. El doble del producto de las edades de un padre y su hijo es 2006. Cuando el hijo nació la edad del padre era:

(a) 40 (b) 41 (c) 42 (d) 43 (e) No se puede saber

Problema 2. Desde una ciudad A parten trenes hacia la ciudad B. Por otro lado, desde B parte un tren hacia A cada hora a la hora exacta. En ambos casos el viaje dura 3 horas 45 minutos. Si uno toma el tren de A a B a las 12 en punto del mediodía, ¿cuántos trenes procedentes de B ve pasar durante el viaje?

(a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9 (e) 10

Problema 3. Considere el triángulo ABC donde AB es el diámetro de una circunferencia y CD es la altura del triángulo desde el vértice C. Si el segmento $AD = 25$ cm y el segmento $DB = 16$ cm, entonces el área del triángulo ABC en centímetros cuadrados es:

(a) 200 (b) 250 (c) 400 (d) 410 (e) 820

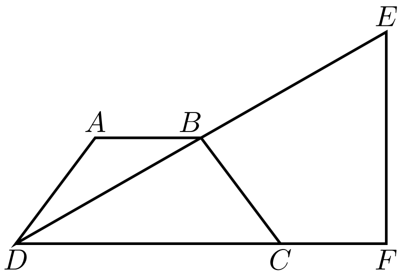
Problema 4. Si $a + b + c = 0$ entonces $a^3 + b^3 + c^3$ es igual a:

(a) 0 (b) $a^2 + b^2 + c^2$ (c) $-a^2 - b^2 - c^2$ (d) $-6abc$ (e) $3abc$

Problema 5. Se utilizan cada uno de los cuatro dígitos 1, 9, 8 y 6 una y sólo una vez para formar dos números, de una, dos o tres cifras. ¿Cuál es el mayor valor posible del producto de números así formados?

(a) 7826 (b) 7862 (c) 7749 (d) 7794 (e) 7682

Problema 6. Sea $ABCD$ un trapecio isósceles el cual tiene lados de longitud $AD = BC = 5$, $AB = 4$ y $DC = 10$. El punto C está en el segmento DF y B es el punto medio de la hipotenusa DE del triángulo rectángulo DEF. La longitud del segmento CF es:



(a) 3.25 (b) 3.50 (c) 3.75 (d) 4 (e) 4.25

Problema 7. Hugo miente siempre en martes, jueves y sábados y el resto de los días de la semana dice siempre la verdad. Si un día en particular mantenemos la siguiente conversación:
Pregunta: ¿Qué día es hoy?
Respuesta: Sábado.
Pregunta: ¿Qué día será mañana?
Respuesta: Miércoles.
¿De qué día de la semana se trata?

(a) Domingo (b) Martes (c) Miércoles (d) Jueves (e) No se puede saber.

Problema 8. Un maestro pide a Pepe que copie en el pizarrón una tabla que consiste en dos columnas de números: en la primera columna los múltiplos de 3 menores que 100, y en la segunda, sus correspondientes cuadrados. En un momento dado, Pepe copia el número pero escribiendo sus cifras de derecha a izquierda y repite lo mismo con el cuadrado. Para sorpresa suya, obtiene números idénticos a los que escribió tres líneas más arriba. ¿Cuál es el número que Pepe debió escribir?

(a) 21 (b) 54 (c) 87 (d) 45 (e) 78

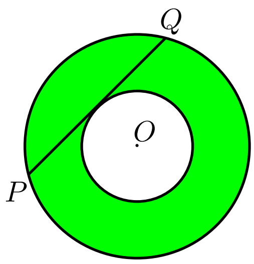
Problema 9. Si $a \cdot b = 12$, $b \cdot c = 20$, $a \cdot c = 15$ y a es positivo, ¿cuánto vale $a \cdot b \cdot c$?

(a) 120 (b) 100 (c) 80 (d) 60 (e) 40

Problema 10. Dos misiles se desplazan en una misma línea de tal forma que chocarán en algún punto. Uno viaja a 2000 kilómetros por hora el otro a 1000 kilómetros por hora. ¿A qué distancia se encuentran un minuto antes del impacto?

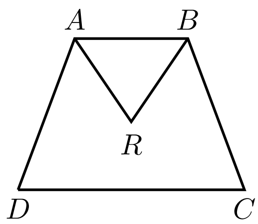
(a) 20 km (b) $\frac{100}{6}$ km (c) 40 km (d) 100 km (e) 50 km

Problema 11. Si el área de una corona circular (región sombreada) es $\frac{25\pi}{2}$ cm^2, la longitud de una cuerda PQ de la circunferencia mayor tangente a la menor en cm es:



(a) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ (b) $5\sqrt{2}$ (c) $10\sqrt{2}$ (d) $\frac{10}{\sqrt{5}}$ (e) $\frac{5}{2}$

Problema 12. Las bisectrices de los ángulos en A y en B en la base superior de un trapecio se cortan en el punto R. La razón entre la medida del ángulo agudo en R y la suma de las medidas de los ángulos en C y D de la base inferior es:



(a) 2:1 (b) 1:2 (c) 3:1 (d) 1:4 (e) 2:3

Problema 13. Dada la expresión $1 + (n^2 + n)(n^2 + 5n + 6) = 181^2$, donde n es un número entero, el valor de $n(n + 3)$ es:

(a) 180 (b) 150 (c) 220 (d) 181 (e) 191

Problema 14. Se forma un cubo de 4 cm de lado uniendo cubos de 1 cm de lado. Se dice que dos cubos están en contacto si tienen una cara en común. ¿Cuántos de estos cubos de 1 cm de lado están en contacto con exactamente otros 4 cubos de 1 cm?

(a) 60 (b) 64 (c) 24 (d) 40 (e) 30

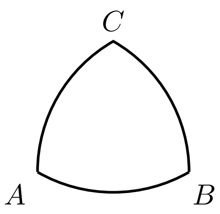
Problema 15. Un niño tiene tantas hermanas como hermanos, pero cada hermana tiene la mitad de hermanas que de hermanos. ¿Cuántos hermanos y hermanas hay en la familia?

(a) 2 y 1 (b) 3 y 2 (c) 4 y 3 (d) 5 y 4 (e) 6 y 5

Problema 16. Cada arista de un cubo es coloreada roja o negra. Cada cara del cubo tiene al menos una arista negra. La menor cantidad de aristas negras que puede haber es

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5 (e) 6

Problema 17. En la figura, $\widehat{AB}$ es el arco de un círculo centrado en C, $\widehat{BC}$ es el arco de un círculo centrado en A, $\widehat{AC}$ es el arco de un círculo centrado en B. Si el segmento AB mide 1, ¿cúal es el área de la figura?



(a) $\frac{\sqrt{3}-\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi-\sqrt{3}}{3}$ (c) $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$ (d) $\pi-\sqrt{2}$ (e) $\pi-2\sqrt{2}$

Problema 18. Un entero es tartamudo si todas sus cifras son iguales a 1. ¿Cuántos enteros positivos menores que 10,000,000 cumplen que al multiplicarlos por 33 se obtiene un entero tartamudo?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

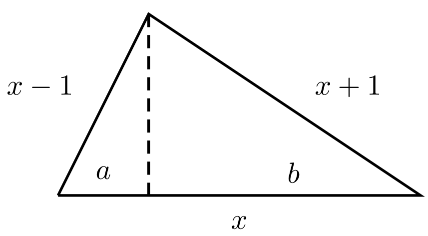
Problema 19. Un caminante realiza el siguiente experimento: en el primer minuto camina a 1 km/h, en el segundo minuto camina a 2 km/h, en el tercero a 3 km/h y así sucesivamente. ¿A qué velocidad estará caminando cuando haya recorrido 1000 metros?

(a) 9 km/h (b) 11 km/h (c) 7.5 km/h (d) 12 km/h (e) 10 km/h

Problema 20. ¿Cuál es el tamaño del mayor subconjunto S, del conjunto $\{1, 2, 3, \ldots, 50\}$ con la propiedad de que no existe un par de elementos de S cuya suma sea divisible entre 7?

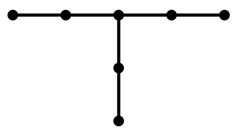
(a) 7 (b) 14 (c) 22 (d) 23 (e) 25

Problema 21. ¿Cúal es el valor de $b - a$ en la siguiente figura? (La línea punteada es una altura).



(a) $2\sqrt{2}$ (b) 2 (c) 8 (d) 4 (e) $6\sqrt{2}$

Problema 22. El número de triángulos con sus tres vértices en los puntos de la figura es:



(a) 20 (b) 24 (c) 28 (d) 32 (e) 22

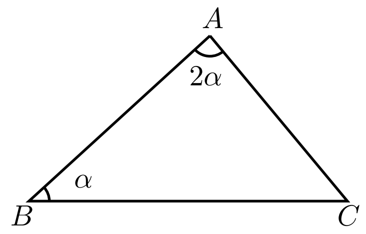
Problema 23. ¿Cuántos son los números enteros entre 100 y 400 que tienen alguna de sus cifras igual a 2?

(a) 395 (b) 125 (c) 200 (d) 162 (e) 138

Problema 24. Un piso cuadriculado está cubierto por azulejos cuadrados del mismo tamaño de forma que quedan alineados. Los azulejos de las dos diagonales del piso son negros. Los azulejos restantes son blancos. Si hay 101 azulejos negros, ¿cuál es el número de azulejos blancos?

(a) 2500 (b) 1000 (c) 1350 (d) 1500 (e) 2250

Problema 25. Si en un triángulo ABC el ángulo A es igual al doble del B, ¿cuál será una expresión para BC^2?

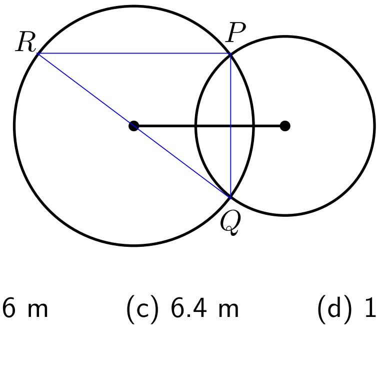


(a) $AC(2AB + AC)$ (b) $3AB(AC)$ (c) $AC(AC + AB)$ (d) $AC(AB + 2AC)$
(e) $4AB(AC + AB)$

Problema 26. En un plano cartesiano cada unidad representa 1 metro. Empezando en el origen, una hormiga camina 1 metro hacia el norte, $\frac{1}{2}$ metro hacia el este, $\frac{1}{4}$ hacia el sur y $\frac{1}{8}$ hacia el oeste. ¿Cuáles son las coordenadas del punto donde termina su recorrido?

(a) $(-\frac{3}{8}, \frac{3}{4})$ (b) $(\frac{2}{8}, \frac{3}{2})$ (c) $(\frac{1}{12}, \frac{3}{5})$ (d) $(-\frac{3}{8}, -\frac{5}{4})$ (e) $(\frac{3}{8}, \frac{3}{4})$

Problema 27. Sean C_1 y C_2 circunferencias que se cortan en los puntos P y Q. Los radios miden 8 m y 6 m, respectivamente, y la distancia entre los centros es de 10 m. Si R es el punto de C_1 diametralmente opuesto a Q, hallar la distancia de R a P.



(a) 12.8 m (b) 15.6 m (c) 6.4 m (d) 11.75 m (e) 13.8 m

Problema 28. Tengo un reloj que adelanta un minuto por día y otro que atrasa $1\frac{1}{2}$ minuto por día. Si los pongo simultáneamente en hora, ¿cuántos días pasarán para que ambos den simultáneamente la hora correcta?

(a) 1245 días (b) 1440 días (c) 65 días (d) 7 días (e) 1444 días

Problema 29. En un bolsa de 200 caramelos hay 110 de fruta y el resto de leche. ¿Cuántos caramelos de fruta hay que agregar para que los caramelos de fruta sean el $70\,\%$ del total de la bolsa?

(a) 75 (b) 150 (c) 100 (d) 175 (e) 250

Problema 30. Para determinar el volumen de agua en un estanque puede procederse de la siguiente manera. Agregamos 10 litros de agua que contienen 6300 gramos de colorante. Cuando el colorante está bien disuelto en el volumen total, recuperamos 10 litros de agua y observamos que ésta tiene ahora 1.75 gramos de colorante. ¿Cuál es el volumen del agua en el estanque?

(a) 3590 (b) 36000 (c) 11025 (d) 3600 (e) 35990

Problema 31. En una mesa hay cinco cartas: Cada carta tiene de un lado un número natural y del otro una letra. Juan afirma: *Cualquier carta que tenga de un lado una vocal tiene un número par del otro lado.* Pedro demostró que Juan mentía dando vuelta sólo a una carta. ¿De cuál de las cinco cartas se trata?

$\boxed{\text{P}}$ $\boxed{\text{Q}}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{6}$

(a) P (b) 3 (c) 4 (d) 6 (e) Q

Problema 32. Drini, según la receta de su médico, debe tomar todo el contenido de un frasco de píldoras en 4 días de la siguiente manera: el primer día, la mitad del total; el segundo día un tercio de lo que queda; el tercer día, un cuarto de lo que queda y el cuarto día 6 píldoras. ¿Cuántas píldoras había originalmente en el frasco?

(a) 18 (b) 20 (c) 22 (d) 24 (e) 26

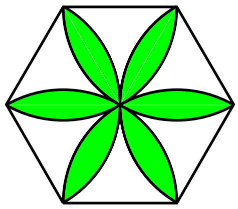
Problema 33. Alejandro pensó tres números. Si los suma de dos en dos obtiene 38, 44 y 52, ¿cuál es el mayor de los tres números?

(a) 29 (b) 38 (c) 44 (d) 26 (e) No se puede saber

Problema 34. Los boletos para entrar a la Disco Nexa cuestan \$8 para las muchachas y \$10 para los muchachos. Si el precio de los boletos fuera al revés, la suma de lo que pagaron todos los que entraron a la disco sería \$6 menos de lo que en realidad fue. Si asistieron 30 muchachas, ¿cuántos muchachos asistieron?

(a) 33 (b) 30 (c) 31 (d) 35 (e) No se puede saber

Problema 35. Calcular el área sombreada del siguiente hexágono regular de lado 1.



(a) π (b) $2\pi - 3\sqrt{3}$ (c) $\pi - \sqrt{2}$ (d) $\frac{3}{4}\pi$ (e) $\pi - 2\sqrt{3}$

Problema 36. ¿De cuántas maneras se puede escoger en un tablero de ajedrez una casilla blanca y una negra, de tal manera que no estén las dos en una misma fila ni en una misma columna?

(a) 32 (b) 1024 (c) 768 (d) 896 (e) 784

Problema 37. Se tiene un sucesión de 77 números enteros para la cual la suma de cualesquiera siete términos es no negativa y la suma de cualesquiera once términos es no positiva. ¿Cuáles son los valores de la menor y de la mayor suma posible de todos los términos de la sucesión?

(a) -11 y 7 (b) -77 y 77 (c) 0 (d) -7 y 11 (e) -7 y 7

Problema 38. Si $x = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \ldots}}}$ y $y = \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \ldots}}}$, entonces el valor de $x - y$ es:

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2 (e) no se puede saber

Problema 39. ¿Cuál es la diferencia entre el mayor y el menor divisor primo de $2^{16}-1$?

(a) 256 (b) 254 (c) 132 (d) 288 (e) 509

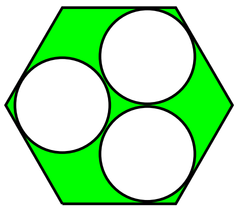
Problema 40. En un salón de clases hay 60 niños alineados en 6 filas y 10 columnas. Cada niño le da la mano a todos los niños que se sientan a su alrededor (incluyendo los que se sientan diagonalmente a su lado). ¿Cuántos saludos hubo?

(a) 60 (b) 120 (c) 96 (d) 194 (e) 324

Problema 41. Si $49^x + 49^{-x} = 7$, entonces $7^x + 7^{-x}$ es igual a:

(a) 1 (b) $\sqrt{5}$ (c) $\sqrt{7}$ (d) 3 (e) 9

Problema 42. Calcular el área de la región sombreada del siguiente hexágono regular, donde los círculos tienen radio 1, son tangentes entre sí y son tangentes a los lados del hexágono.



(a) π (b) $6\sqrt{2}-3\pi$ (c) $8\sqrt{3}-3\pi$ (d) $4\sqrt{3}-2\pi$ (e) 2π

Problema 43. ¿A qué is igual el producto:

$$\left(\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}\right)\left(\frac{\frac{1}{4}-\frac{1}{5}}{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}}\right)\left(\frac{\frac{1}{6}-\frac{1}{7}}{\frac{1}{7}-\frac{1}{8}}\right)\cdots\left(\frac{\frac{1}{48}-\frac{1}{49}}{\frac{1}{49}-\frac{1}{50}}\right)?$$

(a) -50 (b) 0.04 (c) 1 (d) 25 (e) 46

Problema 44. Suponiendo que a, b, y $\dfrac{a-3\sqrt{2006}}{3-b\sqrt{2006}}$ son números racionales, ¿a qué es igual el producto ab?

(a) 4 (b) 7 (c) 9 (d) 11 (e) 15

Problema 45. Si n es un entero positivo par, ¿cuál es el máximo entero positivo k que cumple que $3^n + 1$ es múltiplo de 2^k?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) Ninguna de las anteriores

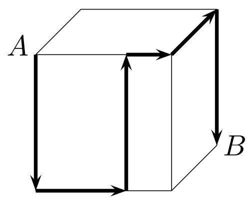
Problema 46. Cuatro jóvenes deben medir las distancias desde un punto interior de un terreno rectangular hasta las esquinas del mismo. Tres de ellos miden las distancias a tres esquinas consecutivas, obteniendo 24m, 6m y 22m respectivamente. El cuarto, sin moverse de su sitio, aprovecha el trabajo de sus compañeros para obtener el valor de la distancia a la cuarta esquina. ¿Cuál es dicho valor?

(a) 18 (b) 23 (c) 26 (d) 30 (e) 32

Problema 47. Contra un muro de altura desconocida se apoya una escalera. Si el pie de la escalera está a 5 metros del muro, el tramo de escalera que sobresale por encima del muro mide 10 metros; en cambio, si el pie de la escalera está a 9 metros del muro, sobresale un tramo de 8 metros de escalera. ¿Cuál es la altura del muro?

(a) 10 m (b) 12 m (c) 14 m (d) 20 m (e) 5 m

Problema 48. El cubo de la figura tiene 27cm^3 de volumen. Una hormiga camina desde el punto A hasta el punto B siguiendo la ruta que se muestra en la figura. ¿Cuántos centímetros recorrió la hormiga?



(a) 9 (b) 10 (c) 12 (d) 15 (e) No se puede determinar

Problema 49. Emilia quiere llenar un tanque para su tortuga con 4 cubetas de agua. En cada viaje Emilia llena la cubeta desde una fuente y camina hacia el tanque, pero en el camino derrama $\frac{1}{3}$ del contenido de la cubeta. ¿Cuántos viajes tiene que hacer para llenar el tanque?

(a) 5 (b) 6 (c) 7 (d) 8 (e) 9

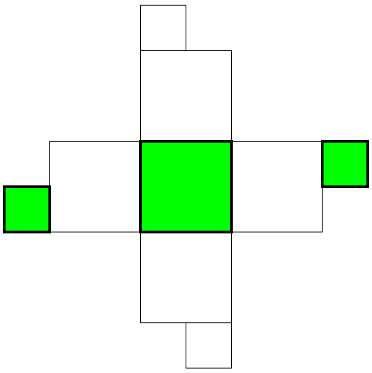
Problema 50. Una de las siguientes expresiones no es igual a 1. ¿Cuál es?

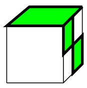
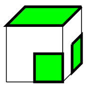
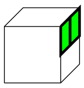
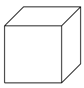
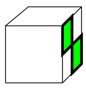
(a) $\frac{3}{\sqrt{9}}$ (b) $\frac{100-99+98-97+\cdots-1}{50}$ (c) $\frac{10}{2}\times\frac{9}{3}\times\cdots\times\frac{2}{10}$ (d) $\left(\frac{1}{5}\times 5\right)^2$
(e) $5\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$

Problema 51. En una reunión cada persona saludó al menos a un hombre y al menos a una mujer. Si cada persona saluda a todas las demás, ¿cuál es la menor cantidad posible de personas en la reunión?

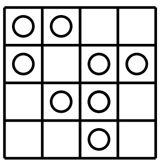
(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5 (e) 6

Problema 52. Si se arma el siguiente cubo, ¿cuál es el cubo que se forma?



(a)  (b)  (c)  (d)  (e) 

Problema 53. En la cuadrícula de la figura se colocaron 7 monedas. Si es posible mover una moneda a cualquier posición que esté libre, ¿cuál es la menor cantidad de monedas que hay que mover para que queden exactamente dos monedas en cada renglón y en cada columna?



(a) 0 (b)1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

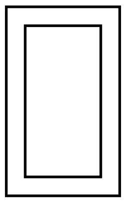
Problema 54. En un triángulo ABC el ángulo en A es el triple del ángulo en B y la mitad del ángulo en C. ¿Cuánto mide el ángulo en A?

(a) $30°$ (b) $36°$ (c) $54°$ (d) $60°$ (e) $72°$

Problema 55. En la tienda de la esquina los chocolates cuestan el doble que los caramelos. Comprar tres chocolates y dos caramelos cuesta 16 pesos. ¿Cuánto cuesta comprar dos chocolates y tres caramelos?

(a) 12 pesos (b) 13 pesos (c) 14 pesos (d) 16 pesos (e) 17 pesos

Problema 56. Amado dibujó un margen en una hoja de papel cuidando que la distancia entre el margen y la orilla fuera siempre la misma. El perímetro de la hoja es 8 cm más largo que el perímetro del margen. ¿Cuál es la distancia en centímetros del margen a la orilla?



(a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 8 (e) Depende del tamaño de la hoja

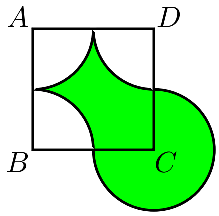
Problema 57. En una fiesta el 50 % de los asistentes son mujeres. De las mujeres que asistieron el 30 % tiene los ojos claros. Del total de asistentes a la fiesta, ¿qué porcentaje son mujeres que no tienen los ojos claros?

(a) 80 % (b) 35 % (c) 30 % (d) 25 % (e) 20 %

Problema 58. Yo rompí un papel en 10 pedazos. Mi hermanito tomó algunos de ellos y los rompió a su vez en 10 pedazos –cada uno–. Si al final quedaron 46 pedazos, ¿cuántos pedazos rompió mi hermanito?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 5

Problema 59. El área del cuadrado $ABCD$ es 1. ¿Cuánto mide el área sombreada?



(a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) $\frac{1}{2}$ (e) $\frac{1}{4}$

Problema 60. Daniela tarda 35 minutos para ir a la escuela caminando y regresar a su casa en autobús, mientras que hacer el viaje completo en autobús le toma solamente 22 minutos. ¿Cuánto tarda Daniela en hacer el viaje de ida y vuelta caminando?

(a) 30 (b) 40 (c) 45 (d) 48 (d) 55

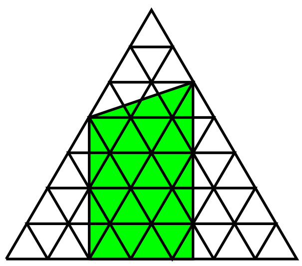
Problema 61. En un baúl hay 5 cofres, en cada cofre hay 3 cajas, y en cada caja hay 10 monedas de oro. El baúl, cada cofre y cada caja están cerrados con llave. ¿Cuál es la menor cantidad de cerraduras que hay que abrir para obtener 50 monedas?

(a) 10 (b) 8 (c) 6 (d) 5 (e) 3

Problema 62. Diego trabaja 4 días de la semana y descansa el quinto. En una ocasión empezó a trabajar un lunes y descansó un día domingo. ¿Cuál es la menor cantidad de días que tuvo que trabajar para que esto fuera posible?

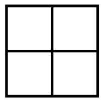
(a) 7 (b) 12 (c) 20 (d) 28 (e) 36

Problema 63. En la figura, cada triángulo pequeño tiene área 1. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



(a) 20 (b) 22.5 (c) $\sqrt{450}$ (d) 25 (e) 32

Problema 64. En los cuadritos de la figura se escriben cuatro enteros positivos diferentes entre sí, que además son impares y menores a 20. ¿Cuál de las siguientes condiciones es posible?



(a) La suma de los cuatro números es 12.
(b) La suma de los cuatro números es 66.
(c) La suma de los cuatro números es 19.
(d) Cada uno de los productos de dos números en diagonal es 21.
(e) Cada una de las sumas de dos números en diagonal es 32.

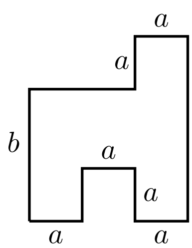
Problema 65. Un grupo de estudiantes quiere pedir una pizza. Si cada uno de ellos coopera con $14 harían falta $4 para pagar la cuenta. Si cada uno de ellos coopera con $16, sobrarían $6 más de los que se necesitan. ¿Con cuánto debe cooperar cada uno para pagar la cuenta exacta?

(a) \$14.40 (b) \$14.60 (c) \$14.80 (d) \$15.00 (e)\$15.20

Problema 66. El promedio de 10 enteros positivos es 10. ¿Cuál es el máximo valor posible para el mayor de esos 10 números?

(a) 10 (b) 45 (c) 50 (d) 55 (e) 91

Problema 67. ¿Cuál es el área de la figura?



(a) $2ab + a(b - a)$ (b) $3a(a + b) - a^2$ (c) $3a^2b$ (d) $3a(b - a) + a^2$ (e) $3ab$

Problema 68. Mi edad es un número de dos dígitos que, al invertirlos, producen un número mayor al triple de mi edad. ¿Cuántas posibilidades para mi edad hay?

(a) 6 (b) 10 (c) 15 (d) 22 (e) 33

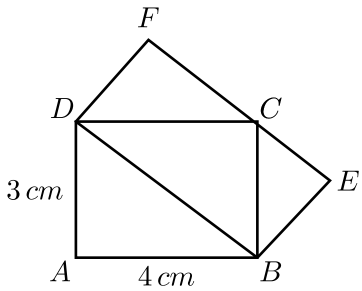
Problema 69. Ana, Nacho y José están jugando cartas. En cada juego el ganador obtiene tres puntos, el que queda en segundo lugar obtiene un punto y el perdedor no obtiene ninguno (nunca hay empates). Después de cuatro juegos Ana tiene cinco puntos y Nacho tiene cuatro puntos. ¿Cuántos juegos ganó José?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4

Problema 70. Un paquete de galletas cuesta \$10 pero por cada tres paquetes te regalan otro paquete. ¿Cuántos paquetes a lo más se pueden conseguir con \$150?

(a) 15 (b) 17 (c) 20 (d) 21 (e) 22

Problema 71. En la figura $ABCD$ y $DBEF$ son rectángulos. ¿Cuál es el área de $DBEF$?

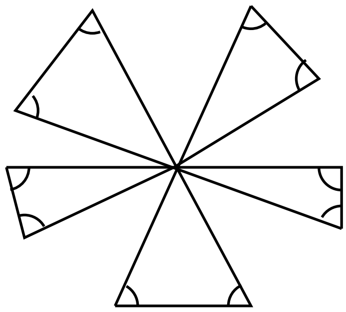


(a) 10 cm^2 (b) 12 cm^2 (c) 13 cm^2 (d) 14 cm^2 (e) 16 cm^2

Problema 72. Cada tercer día Luis dice la verdad y los demás días miente. Hoy Luis ha dicho exactamente 4 de los siguientes enunciados. ¿Cuál es el enunciado que no dijo hoy?

(a) Tengo la misma cantidad de amigas que de amigos.
(b) Soy amigo de una cantidad prima de personas.
(c) Mi nombre es Luis.
(d) Siempre digo la verdad.
(e) Soy amigo de tres personas más altas que yo.

Problema 73. ¿Cuál es la suma de todos los ángulos marcados en la figura?

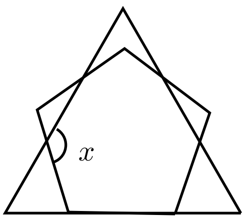


(a) 300° (b) 450° (c) 360° (d) 600° (e) 720°

Problema 74. El reloj de mi papá se atrasa un minuto cada hora. El reloj de mi mamá se adelanta un minuto cada dos horas. Al salir de casa puse ambos relojes a la misma hora y les dije que volvería cuando la diferencia entre sus relojes fuera exactamente una hora. ¿Cuánto tiempo estaré fuera de casa?

(a) 20 horas (b) 14 horas y media (c) 40 horas
(d) 60 horas (e) 90 horas

Problema 75. En la figura se muestra un triángulo equilátero y un pentágono regular. ¿Cuánto mide el ángulo x?



(a) 124° (b) 128° (c) 132° (d) 136° (e) 140°

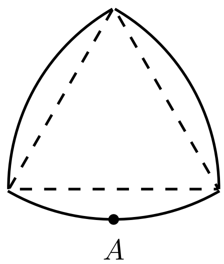
Problema 76. ¿Cuántos conjuntos de enteros positivos consecutivos (dos o más) cumplen que la suma de sus elementos es igual a 100?

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) 0

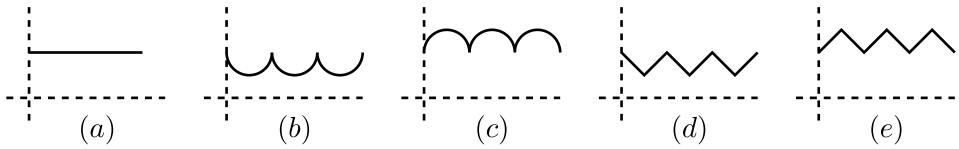
Problema 77. El producto de 100 enteros positivos es igual a 100. ¿Cuál es el menor valor posible para la suma de esos números?

(a) 29 (b) 100 (c) 110 (d) 127 (e) 199

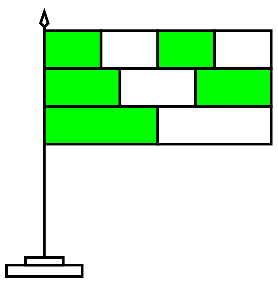
Problema 78. El "disco" irregular de la figura se dibuja a partir de un triángulo equilátero, agregando segmentos de círculos centrados en los vértices del triángulo con radio igual a uno de los lados del triángulo.



El disco se coloca sobre una mesa haciendo contacto en el punto A y se hace girar hasta que el punto A toca la mesa de nuevo. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa mejor el cambio de la altura del disco a lo largo de todo el recorrido?



Problema 79. Una bandera está formada por tres tiras del mismo tamaño que se han dividido en dos, tres y cuatro partes iguales, respectivamente. ¿Qué fracción del área de la bandera está coloreada de gris?

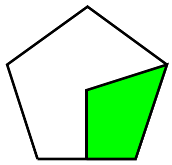


(a) $\frac{5}{9}$ (b) $\frac{4}{7}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{2}{3}$ (e) $\frac{1}{2}$

Problema 80. La abuela le dijo a sus nietos: Si horneo 2 panquecitos para cada uno de ustedes me sobrará masa para 3 panquecitos más. Si quisiera hornear 3 panquecitos para cada uno de ustedes me haría falta masa para hornear 2 panquecitos. ¿Cuántos nietos tiene la abuela?

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5 (e) 6

Problema 81. La región sombreada tiene un vértice en el centro del pentágono. ¿Qué porcentaje del pentágono está sombreado?

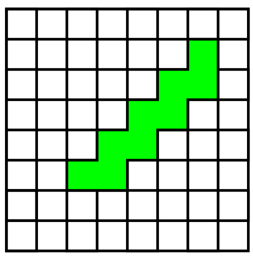


(a) 10 % (b) 20 % (c) 25 % (d) 30 % (e) 40 %

Problema 82. Angélica dice que el 25 % de sus libros son novelas, mientras que $\frac{1}{9}$ de sus libros son de poesía. Si sabemos que el total de sus libros está entre 50 y 100, ¿cuál es ese total?

(a) 50 (b) 56 (c) 63 (d) 72 (e) 93

Problema 83. ¿Cuál es el número máximo de cuadritos que se pueden sombrear y agregar a la región gris de la figura de manera que la región gris aumente de área sin aumentar su perímetro?



(a) 0 (b) 7 (c) 12 (d) 16 (e) 18

Problema 84. En mi cocina tengo un barril lleno de vino con capacidad de 64 litros. Se reemplazan 16 litros de vino con 16 litros de agua y se revuelve hasta obtener una mezcla uniforme. Después se reemplazan 16 litros de la mezcla con 16 litros de agua y se revuelve bien. ¿Cuántos litros de vino quedan en el barril?

(a) 16 (b) 24 (c) 27 (d) 36 (e) 40

Problema 85. Una entrevista de 2006 estudiantes de una preparatoria reveló que 1500 de ellos participaron en la Olimpiada de Matemáticas y 1200 de ellos en la Olimpiada de Química. ¿Cuántos de los jóvenes entrevistados participaron en ambas competencias si sabemos que exactamente 6 de ellos no participaron en ninguna?

(a) 600 (b) 700 (c) 800 (d) 900 (e) 1000

Problema 86. Francisco, Arturo y Gabriela fueron a cenar y pagaron la cuenta entre los tres. Francisco pagó el 60 % del total, Arturo pagó el 40 % de lo que restaba y Gabriela pagó \$30. ¿Cuál era el valor total de la cuenta?

(a) \$50 (b) \$60 (c) \$125 (d) \$150 (e) \$200

Problema 87. Un acertijo consiste en adivinar la forma y el color que tiene un objeto a partir de las 5 afirmaciones siguientes:
Si es azul, entonces es redondo.
Si es cuadrado, entonces es rojo.
Es azul o amarillo.
Si es amarillo, entonces es cuadrado.
Es cuadrado o redondo.
¿Comó es el objeto?

(a) azul y redondo (b) azul y cuadrado (c) amarillo y redondo
(d) rojo y redondo (e) ninguna de las anteriores

Problema 88. La edad promedio de los miembros de la familia Quintos es de 18 años. Si sabemos que el papá tiene 38 años y que el promedio de las edades de los miembros de la familia sin contarlo a él es de 14 años, ¿Cuántos miembros tiene la familia Quintos?

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6 (e) 7

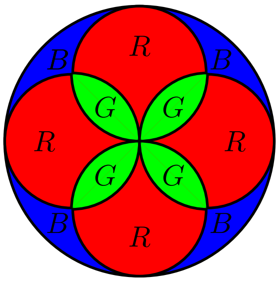
Problema 89. En cierto mes hubo tres martes que correspondieron a días con número par. ¿Qué día de la semana correspondió al 21 de ese mes?

(a) miércoles (b) jueves (c) viernes (d) sábado (e) domingo

Problema 90. Un canguro es capaz de saltar 2m cuando se impulsa con su pierna izquierda, 4m cuando se impulsa con la pierna derecha y 7m cuando se impulsa con las dos. ¿Cuál es la menor cantidad de saltos que tendría que hacer el canguro para avanzar exactamente 1000m?

(a) 140 (b) 144 (c) 150 (d) 175 (e) 176

Problema 91. Un vitral tiene la forma de flor que se indica en la figura, donde las letras G, R y B representan que la región correspondiente es gris, roja o blanca, respectivamente. Si hay 400 cm^2 de cristal gris, ¿Cuántos cm^2 de cristal blanco hay?



(a) 200 (b) 300 (c) 360 (d) 400 (e) 500

Problema 92. Se tiene una cuadrícula de 324×432 cuadritos de lado 1. Trazamos una de las diagonales de la cuadrícula, ¿cuántos cuadritos de lado 1 son cortados por la diagonal de la cuadrícula?

(a) 324 (b) 432 (c) 540 (d) 648 (e) 756

Problema 93. Los números a, b, c, d y e son positivos y $a \times b = 2$, $b \times c = 3$, $c \times d = 4$ y $d \times e = 5$. ¿A qué es igual $\frac{e}{a}$?

(a) $\frac{15}{8}$ (b) $\frac{5}{6}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{4}{5}$ (e) falta información

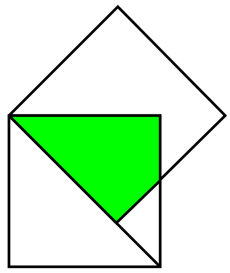
Problema 94. Pablo eliminó un número de una lista de 10 números consecutivos. La suma de los que quedaron es 2006. ¿Cuál es el número que eliminó?

(a) 218 (b) 219 (c) 220 (d) 225 (e) 227

Problema 95. En el pizarrón está escrito un número de tres cifras que termina en 2; si borramos ese 2 y lo escribimos al principio del número, el número disminuye en 36. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número?

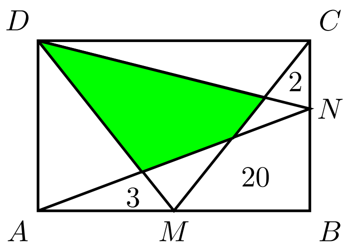
(a) 4 (b) 5 (c) 7 (d) 9 (e) 10

Problema 96. En la figura se muestran dos cuadrados de lado 1. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



(a) $\sqrt{2}-1$ (b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (c) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ (d) $\sqrt{2}+1$ (e) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

Problema 97. El rectángulo de la figura está dividido en 8 regiones. Las áreas de tres de las regiones son 2, 3 y 20 según se indica en la figura. Encuentra el área de la región sombreada.



(a) falta información (b) 15 (c) 20 (d) 22.5 (e) 25

Problema 98. Un examen está formado por 10 preguntas que deben responderse como *falso o verdadero*. La clave (es decir, la lista de respuestas correctas) del examen está diseñada de tal manera que si un estudiante responde al azar 5 *falsos* y 5 *verdaderos* seguro obtiene al menos 4 respuestas correctas. ¿Cuántas claves diferentes cumplen con esta afirmación?

(a) 2 (b) 10 (c) 22 (d) 5^5 (e) 252

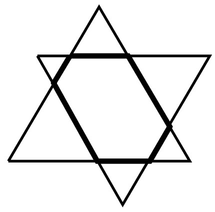
Problema 99. Si O y M representan dígitos y

$$\begin{array}{cccc} \text{O} & \text{M} & \text{M} & \text{O} \\ + & \text{O} & \text{M} & \text{M} \\ \hline 1 & 9 & 4 & 7 \end{array}$$

entonces el producto O·M es igual a:

(a) 1 (b) 3 (c) 7 (d) 5 (e) 9

Problema 100. Dos triángulos equiláteros iguales con perímetro de 18 cm se traslapan de manera que sus lados quedan paralelos como indica la figura. ¿Cuál es el perímetro del hexágono que queda formado dentro de la figura?



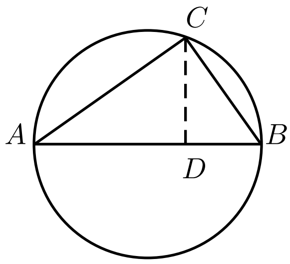
(a) 11cm (b) 12cm (c) 13cm (d) 14cm (e) 15cm

Soluciones de los problemas

Solución del problema 1. La respuesta es (c).
$2006 = 2 \cdot 17 \cdot 59$, así que el producto de las edades es $17 \cdot 59$. Hemos obtenido que el hijo tiene 17 años y el padre 59 años. Entonces el padre tenía 42 años cuando nació su hijo.

Solución del problema 2. La respuesta es (b).
Uno se cruza con los trenes procedentes de B que transitan entre las 12 horas y las 15 horas 45 minutos. Entre todos los trenes que ve pasar el último es el que sale a las 15 horas. Ahora determinemos a qué hora sale el primero. Este tren debe llegar a A después de las 12 horas, por lo tanto parte de B después de las 8:15 horas, o sea a las 9 horas. Entonces uno ve pasar 7 trenes.

Solución del problema 3. La respuesta es (d).
Dado que el águlo $\angle ACB$ es un águlo inscrito que intersecta al diámetro tenemos que $\angle ACB = 90°$. Ahora, el triángulo ABC es semejante al triángulo BDC por tener dos águlos iguales, $\angle BDC = \angle ACB$ y además comparten el $\angle CBD$. Se sigue que $BD \cdot AB = BC^2$. Análogamente tenemos que el triángulo ABC es semejante al triángulo ADC, por lo cual $AD \cdot AB = AC^2$. Como sabíamos que $\angle ACB = 90°$ tenemos que el área del triángulo ABC es $\frac{BC \cdot AC}{2} = \frac{AB \cdot \sqrt{BD \cdot AD}}{2} = \frac{41 \cdot \sqrt{25 \cdot 16}}{2} = 41 \cdot 5 \cdot 2 = 410$.



Solución del problema 4. La respuesta es (e).
Dado que $a+b+c=0$ tenemos que

$$\begin{aligned} 0 &= (a+b+c)^3 \\ &= a^3+b^3+c^3+3(a^2b+a^2c+b^2a+b^2c+c^2a+c^2b)+6abc \\ &= a^3+b^3+c^3+3(a^2(b+c)+b^2(a+c)+c^2(a+b))+6abc \\ &= a^3+b^3+c^3+3(a^2(-a)+b^2(-b)+c^2(-c))+6abc \\ &= (-2)(a^3+b^3+c^3)+6abc. \end{aligned}$$

Por lo tanto, tenemos que $a^3+b^3+c^3=3abc$.

Solución del problema 5. La respuesta es (a).
Como hay que utilizar todos los dígitos tenemos dos posibles situaciones:
(i) los dos números tienen dos dígitos.
(ii) un número tiene 3 dígitos y el otro uno.

(i) Los números se expresan como:

$$a \cdot 10 + b \quad \text{y} \quad c \cdot 10 + d.$$

El producto es

$$(a \cdot 10 + b)(c \cdot 10 + d) = 100 \cdot a \cdot c + 10(a \cdot d + b \cdot c) + b \cdot d,$$

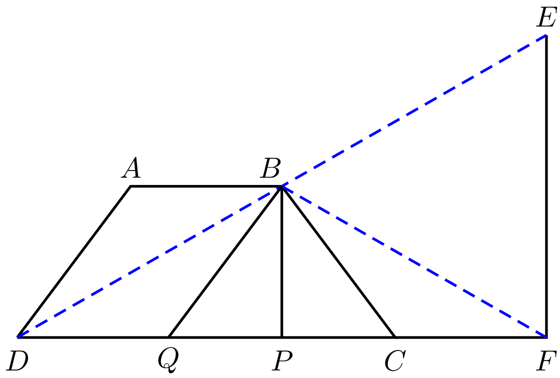
y éste alcanza su máximo valor cuando $a \cdot c$ es máximo. Uno de ellos deberá ser 9 y el otro 8. Sustituyendo, tenemos $100 \cdot 9 \cdot 8 + 10(9 \cdot d + b \cdot 8) + b \cdot d$. Elegimos b y d de modo que $9 \cdot d + b \cdot 8$ sea máximo, entonces $d = 6$ y $b = 1$. En este caso los números son 91 y 86 y su producto es $91 \cdot 86 = 7826$.

(ii) El producto es

$$(a \cdot 100 + b \cdot 10 + c)d = a \cdot d \cdot 100 + b \cdot d \cdot 10 + cd,$$

y éste alcanza su valor máximo cuando $a \cdot d$ es máximo. Uno de ellos deberá ser 9, el otro 8 y $b \cdot d$ debe ser lo más grande posible, entonces $d = 9$, $a = 8$, $b = 6$ y $c = 1$. Los números son 861 y 9. En este caso $861 \cdot 9 = 7749$. Por lo tanto el mayor valor posible del producto es 7826.

Solución del problema 6. La respuesta es (d).
Sea P el pie de la perpendicular al segmento CD desde B, y sea Q el punto de intersección de CD con la paralela al segmento AD que pasa por B. Entonces $ABQD$ es un paralelogramo y de aquí se sigue que $DQ = 4$, esto a su vez implica que $PC = \frac{QC}{2} = 3$, ya que el triángulo BCQ es isósceles. También tenemos que el triágulo DBF es isósceles ya que B es el punto medio de la hipotenusa del triángulo rectángulo DEF. Luego, $DP = PF$, y de aquí $DP = 10 - PC = 7$ y $CF = PF - PC = 7 - 3 = 4$.



Solución del problema 7. La respuesta es (d).
Como las respuestas son contradictorias, se trata de un día de los que Hugo miente, y por lo tanto, las dos respuestas son falsas. Para que sea falsa la primera respuesta, no puede ser sábado. Entonces puede ser martes o jueves. Pero como es falsa la segunda respuesta, tiene que ser jueves.

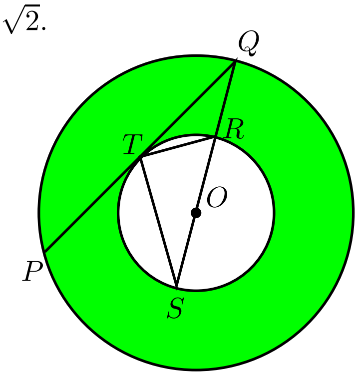
Solución del problema 8. La respuesta es (a).
Sea $a \cdot 10 + b$ el número que Pepe escribe al revés. Tres líneas más arriba nos encontraremos con el número: $a \cdot 10 + b - 9 = (a - 1)10 + b + 1$. Cuando Pepe escribe al revés el número $a \cdot 10 + b$ obtiene $b \cdot 10 + a$ y como este debe ser el mismo de tres líneas más arriba, $b + 1 = a$ y $a - 1 = b$. Como $a + b$ es múltiplo de 3, los posibles números son: 21, 54 y 87. Elevamos al cuadrado y comparamos con los cuadrados de 12, 45 y 78, respectivamente. El número que Pepe debió escribir es 21, cuyo cuadrado es 441 ya que tres filas más arriba habrá escrito 12 y 144.

Solución del problema 9. La respuesta es (d).
Como a es positivo, c y b también son positivos. Tenemos que $a \cdot b \cdot b \cdot c \cdot a \cdot c = a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = 12 \cdot 20 \cdot 15 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$. Entonces $a \cdot b \cdot c = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Solución del problema 10. La respuesta es (e).
Uno de los misiles recorre $\frac{2000}{60}$ km en un minuto y el otro recorre $\frac{1000}{60}$ km en un minuto. Entonces, un minuto antes del impacto se encuentran a una distancia de

$$\frac{2000}{60} + \frac{1000}{60} = 50 \text{ km.}$$

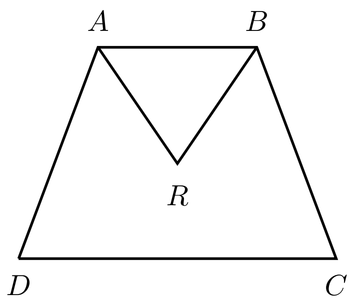
Solución del problema 11. La respuesta es (b).
Sean R y r los radios de la circunferencia mayor y menor, respectivamente. Entonces tenemos que $(R^2 - r^2)\pi = \frac{25\pi}{2}\ cm^2$. Sea T el punto de tangencia, y R, S los puntos de intersección de la recta QO con la circunferencia de radio menor. Notemos que el triángulo STQ es semejante al triángulo RTQ, ya que ambos comparten el ángulo $\angle RQT$, y además el ángulo $\angle RTQ$ es semi-inscrito por lo que $\angle RTQ = \frac{\angle ROT}{2}$ y el ángulo $\angle RST$ es inscrito por lo que $\angle RST = \frac{\angle ROT}{2}$, con lo cual tenemos la semejanza por el criterio ángulo-ángulo. De esta semejanza obtenemos que $TQ^2 = QR \cdot QS = (R - r)(R + r) = (R^2 - r^2) = \frac{25}{2}\ cm^2$. Análogamente $PT^2 = (R^2 - r^2) = \frac{25}{2}\ cm^2$, por lo tanto $PQ = PT + TQ = 5\sqrt{2}$.



Solución del problema 12. La respuesta es (b).
Sea $\alpha = \angle RAB$ y $\beta = \angle ABR$, entonces $\angle BRA = 180° - (\alpha + \beta)$. Como AB es paralela a CD tenemos que $\angle CDA = 180° - \angle DAB$ y $\angle BCD = 180° - \angle ABC$, de aquí se obtiene que

$$\frac{\angle BRA}{\angle BCD + \angle CDA} = \frac{\angle BRA}{180° - \angle DAB + 180° - \angle ABC} = \frac{180° - (\alpha + \beta)}{360° - 2(\alpha + \beta)} = \frac{1}{2}.$$

Por lo tanto, la razón es 1:2.

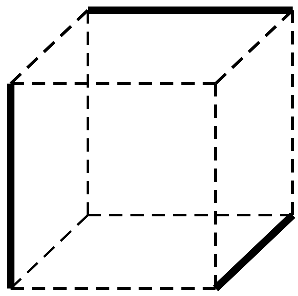


Solución del problema 13. La respuesta es (a).
Dado que $1+(n^2+n)(n^2+5n+6) = 181^2$ tenemos que $n(n+1)(n+2)(n+3) = 181^2 - 1 = (181-1)(181+1) = 180 \cdot 182 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$. La única forma de que esto ocurra es que n sea 12 o bien n sea -15, por lo tanto $n(n+3) = 180$.

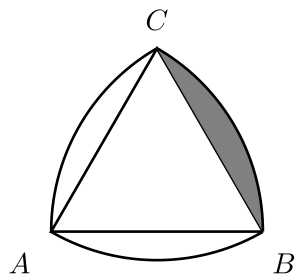
Solución del problema 14. La respuesta es (c).
Para que un cubo esté en contacto con exactamente 4 cubos, éste debe estar ubicado en una arista del cubo grande y no debe contener a un vértice de éste. De este modo, tenemos que hay 2 cubos por cada arista. Como el cubo tiene 12 aristas, tenemos que la cantidad de cubos que están en contacto con exactamente otros 4 cubos es $12 \cdot 2 = 24$.

Solución del problema 15. La respuesta es (c).
Supongamos que el niño tiene n hermanas y n hermanos, luego, contándolo a él, hay $2n+1$ hijos en la familia. Por otro lado, una hermana tiene k hermanos y $\frac{k}{2}$ hermanas, entonces, contándola a ella, la familia tiene $\frac{3k}{2}+1$ hijos. Luego, $2n+1 = \frac{3k}{2}+1$, de donde, $4n = 3k$. Además, como $k - n = 1$, pues los hermanos de la hermana menos los hermanos del hermano deben dar 1 (este 1 corresponde al hermano), tenemos que $k = 4$ y $n = 3$, es decir, hay 4 hermanos y 3 hermanas.

Solución del problema 16. La respuesta es (b).
Como hay 6 caras y cada arista es compartida por sólo 2 caras, debe de haber al menos $6/2 = 3$ aristas negras. El diagrama muestra que 3 aristas negras es suficiente.



Solución del problema 17. La respuesta es (c).
Los tres arcos fueron trazados con el mismo radio, luego el triángulo ABC es un triángulo equilátero de lado 1. Como en un triángulo equilátero todos los ángulos son iguales a $60°$, entonces tenemos que el área del sector CB es una sexta parte del área del círculo, es decir, $\frac{\pi r^2}{6} = \frac{\pi}{6}$. Análogamente, las áreas de los sectores AB y AC son $\frac{\pi}{6}$, respectivamente. Luego el área buscada es la suma de las áreas de los tres sectores menos dos veces el área del triángulo ABC. Ahora bien, la altura del triángulo ABC es $\frac{\sqrt{3}}{2}$, por lo que su área es $\frac{bh}{2} = \frac{(1)(\frac{\sqrt{3}}{2})}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$. Por lo tanto, el área buscada es: $3(\frac{\pi}{6}) - 2(\frac{\sqrt{3}}{4}) = \frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$



Solución del problema 18. La respuesta es (b).
Como el número debe ser estrictamente menor a $10,000,000$, los enteros tartamudos que podemos obtener deben tener 7 cifras o menos. Para que un tartamudo sea múltiplo de 3 (y pueda entonces ser múltiplo de 33) es necesario que su cantidad de cifras sea múltiplo de 3. Para que un tartamudo sea múltiplo de 11 es necesario que tenga una cantidad par de 1's. Poniéndole tantos requisitos, el único entero tartamudo que podemos obtener es uno con 6 cifras, que es $111111 = 33 \cdot 3367$.

Solución del problema 19. La respuesta es (b).
Notemos que en el minuto n el caminante recorre $n/60$ kilómetros y que 1000 metros son 1 kilómetro. Entonces queremos hallar el mayor n tal que

$$\frac{1}{60}+\frac{2}{60}+\frac{3}{60}+...+\frac{n}{60}=\frac{1+2+3+\cdots+n}{60}<1$$

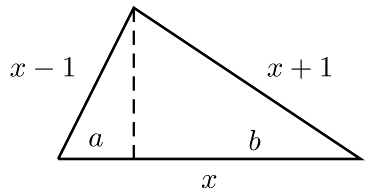
ya que al minuto siguiente ya habrá recorrido más de un kilómetro. Pero la ecuación anterior es equivalente a $1+2+3+\cdots+n<60$. Al hacer algunos cálculos notamos que si $n=10$ la suma es 55 y si $n=11$ las suma es 66. Así el caminante alcanza 1000 metros en el minuto 11 y por tanto su velocidad es de 11 km/h.

Solución del problema 20. La respuesta es (d).
Dividimos $F=\{1,2,3,\ldots,50\}$ en 7 subconjuntos F_0, F_1, $\ldots$, F_6, tales que todos los elementos de F_i tienen el mismo residuo cuando son divididos por 7:

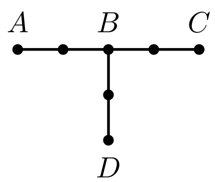
$$\begin{aligned}
F_0 = &\quad \{7,14,21,28,35,42,49\}\\
F_1 = &\quad \{1,8,15,22,29,36,43,50\}\\
F_2 = &\quad \{2,9,16,23,30,37,44\}\\
F_3 = &\quad \{3,10,17,24,31,38,45\}\\
F_4 = &\quad \{4,11,18,25,32,39,46\}\\
F_5 = &\quad \{5,12,19,26,33,40,47\}\\
F_6 = &\quad \{6,13,20,27,34,41,48\}.
\end{aligned}$$

Notemos que S puede contener a lo más un miembro de F_0, y si S contiene algún miembro de cualquiera de los otros subconjuntos, entonces éste puede contener a todos los miembros de ese subconjunto. También, S no puede contener miembros de F_1 y F_6 al mismo tiempo, o F_2 y F_5, o F_3 y F_4. Como F_1 contiene 8 miembros y cada uno de los otros subconjuntos contiene 7 miembros, el subconjunto S más grande puede ser construido seleccionando un miembro de F_0, todos los miembros de F_1, todos los miembros de F_2 o F_5 y, todos los miembros de ya sea F_3 o F_4. Por lo tanto, el subconjunto S más grande contiene $1+8+7+7=23$ elementos.

Solución del problema 21. La respuesta es (d).
Por el Teorema de Pitágoras, se tiene que $(x+1)^2-b^2=(x-1)^2-a^2$, luego $b^2-a^2=(x+1)^2-(x-1)^2=2x\cdot 2=4x$, y entonces $(b+a)(b-a)=4x$ pero $a+b=x$, por lo tanto $b-a=4$.



Solución del problema 22. La respuesta es (b).
Un triángulo con vértices sobre los puntos de la figura debe tener forzosamente 1 o 2 vértices sobre los puntos del segmento AC. Hay 10 parejas distintas de puntos sobre AC que pueden ser vértices de un triángulo junto con otro punto de los dos que hay sobre el segmento BC (sin contar el punto B), por lo tanto hay 10 x 2=20 triángulos de este tipo. Si sólo hay un punto sobre AC, quiere decir que es alguno de los 4 puntos sobre AC que son distintos a B. Los otros dos vértices en el segmento BD que son distintos a B son la pareja de vértices que hace falta para completar un triángulo, por lo cual sólo hay 4 triángulos de este tipo. En total hay 20 + 4 = 24 triángulos sobre los puntos de la figura.

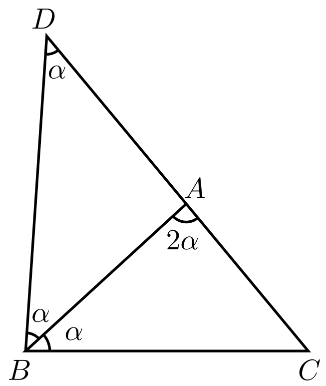


Solución del problema 23. La respuesta es (e).
Contemos la cantidad de números entre 100 y 400 que no tienen ninguna cifra igual a 2. Hay dos posibilidades para la primera, 1 ó 3; nueve posibilidades para la segunda, todos menos el 2; y nueve para la tercera. En total son: $2 \cdot 9 \cdot 9 = 162$. Entre 100 y 400 hay 300 números incluyendo al 100 y excluyendo al 400. Los que tienen alguna de sus cifras igual a 2 son: 300-162=138.

Solución del problema 24. La respuesta es (a).
Si n es el número de azulejos en un lado del piso, el total de azulejos es n^2, y el número de azulejos en las diagonales es $2n-1$. Como $2n-1 = 101$ resolvemos la ecuación y obtenemos $n = 51$ y ya podemos calcular el número de azulejos blancos que es $n^2 - (2n-1) = n^2 - 2n + 1 = (n-1)^2 = 50^2 = 2500$.

Solución del problema 25. La respuesta es (c).
Prolongamos el lado CA hasta un punto D de manera que $AD = AB$ y

unimos B con D como se ilustra en la figura. El triángulo ABD es isósceles así que $\angle ADB = \angle ABD$. Pero $\angle ADB + \angle ABD = \angle BAC$; por lo tanto $\angle ADB = \angle ABD = \frac{1}{2}\angle BAC = \angle ABC = \alpha$. En los triángulos ABC y BDC se tiene que $\angle ABC = \angle BDC$ y $\angle C$ es común, así que son semejantes, de donde $\frac{AC}{BC} = \frac{BC}{DC}$, así que $BC^2 = AC(DC) = AC(AD + AC) = AC(AB + AC)$.



Solución del problema 26. La respuesta es (e).
La hormiga camina $1/2$ metro hacia el este y $1/8$ metro hacia el oeste.

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}.$$

Hacia el norte camina 1 metro y hacia el sur $1/4$ metro.

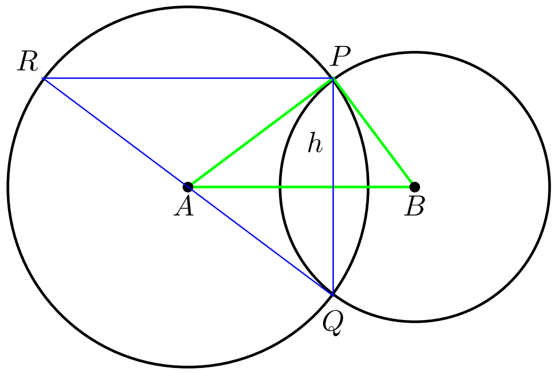
$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

Las coordenadas del punto donde termina su recorrido son: $(\frac{3}{8}, \frac{3}{4})$.

Solución del problema 27. La respuesta es (a).
El triángulo APB es rectángulo en P pues sus lados satisfacen la relación pitagórica:

$$10^2 = 8^2 + 6^2.$$

Si h es la altura del triángulo APB correspondiente a P entonces $AP \cdot PB = h \cdot AB$, de donde $h = \frac{(8)(6)}{10} = 4.8$m. El triángulo PQR es rectángulo en P, pues RQ es un diámetro de C_1 y sabemos que todo ángulo inscrito que intersecte un diámetro tiene un valor de $90°$. Entonces $RQ^2 = RP^2 + PQ^2$, lo que implica que $(2 \cdot 8)^2 = RP^2 + (2 \cdot 4.8)^2$. Concluimos que $RP = 12.8$m.



Solución del problema 28. La respuesta es (b).
El reloj A adelanta 1 hora cada 60 días, entonces necesita $12 \cdot 60$ días para adelantar 12 horas y volver a dar la hora correcta. El reloj B necesita 40 días para adelantar una hora entonces volverá a dar la hora correcta en $12 \cdot 40$ días. Volverán a dar la hora exacta simultáneamente por primera vez en:
m.c.m$(12 \cdot 40, 12 \cdot 60) = 1440$ días.

Solución del problema 29. La respuesta es (c).
Llamemos x a la cantidad de caramelos de fruta que hay que agregar. En la bolsa habrá: $200 + x$ caramelos de los cuales $110 + x$ serán de fruta. Para que $110 + x$ sea el $70\,\%$ debemos tener que $110 + x = \frac{70}{100}(200 + x)$. Despejando x obtenemos $x = 100$.

Solución del problema 30. La respuesta es (e).
Llamamos v al volumen del agua en el estanque. La proporción de colorante en los 10 litros que se extraen coincide con la del agua en el estanque, luego

$$\frac{6300}{v+10} = \frac{1.75}{10}$$

de donde

$$v + 10 = \frac{63000}{1.75}$$

y

$$v = \frac{63000}{1.75} - 10 = 35990$$

Solución del problema 31. La respuesta es (b).
Para poder demostrar que Juan mintió, Pedro debe encontrar una carta que

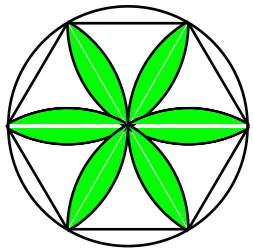
de un lado tenga una vocal y del otro un número impar; por lo tanto, la única posibilidad es que Juan dé vuelta la carta con el 3 y en el reverso tenga una vocal.

Solución del problema 32. La respuesta es (d).
Si x es el número de píldoras, el primer día toma la mitad ($\frac{x}{2}$). El segundo día se toma un tercio de lo que sobra. Dado que un tercio de un medio es $\frac{x/2}{3} = \frac{x}{6}$, de la mitad que tenía ahora sólo le quedan $\frac{x}{2} - \frac{x}{6} = \frac{3x-x}{6} = \frac{2x}{6} = \frac{x}{3}$. En el tercer día se toma un cuarto de las que le quedan, es decir se toma $\frac{x/3}{4} = \frac{x}{12}$. En número de píldoras que le quedan ahora es $\frac{x}{3} - \frac{x}{12} = \frac{4x-x}{12} = \frac{3x}{12} = \frac{x}{4}$. Además nos dicen que este resto son las 6 píldoras que se tomó el último día. Como $\frac{x}{4} = 6$, llegamos a la solución $x = 24$.

Solución del problema 33. La respuesta es (a).
Llamamos a, b, c a los 3 números. Se tiene:
(1) $a + b = 38$;
(2) $a + c = 44$;
(3) $b + c = 52$;
de donde, $2(a + b + c) = 134$; y entonces
(4) $a + b + c = 67$. Por otro lado, sumando (2) y (3) se tiene:
(5) $a + b + 2c = 96$ Restando (5) y (4), obtenemos $c = 29$. Entonces $b = 23$ y $a = 15$, por lo que c es el mayor de los tres números.

Solución del problema 34. La respuesta es (a).
Sea x el número de muchachas y y el número de muchachos. Entonces la suma total es $k = 8x + 10y$. Además $k - 6 = 10x + 8y$. Para resolver este sistema de ecuaciones, a la primera ecuación le restamos la segunda y nos queda $6 = -2x + 2y$, es decir, $y - x = 3$. Como $x = 30$, llegamos a que $y = 33$.

Solución del problema 35. La respuesta es (b).
Inscribimos un hexágono regular en el círculo, cuyos vértices son los vértices de los pétalos, como se muestra en la figura. Cada uno de los triángulos que componen al hexágono regular son triángulos equiláteros de lado 1.



Observemos que los medios pétalos que forman la flor, son arcos de círculo en cada uno de los lados de los triángulos equiláteros. Por lo tanto, la mitad del área de la flor es el área del círculo menos el área del hexágono.
El área del círculo es $\pi 1^2$ y la del hexágono es $\frac{p \cdot a}{2}$, donde p denota el perímetro del hexágono, que es 6 y a el apotema o altura de cada uno de los triángulos equiláteros que forman al hexágono. De aquí que $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Por lo tanto

$$\begin{aligned} \text{Área de la flor} &= 2\left(\pi - \frac{p \cdot a}{2}\right) \\ &= \left(2\pi - 3\sqrt{3}\right). \end{aligned}$$

Solución del problema 36. La respuesta es (c).
Para tomar la casilla blanca hay 32 opciones. Dado que al escoger ésta quedan 4 casillas del otro color en su misma vertical y 4 en su misma horizontal, para escoger la casilla negra sólo tenemos $32-8 = 24$ opciones. Por tanto la respuesta es de $32 \cdot 24 = 768$ maneras.

Solución del problema 37. La respuesta es (c).
Sumamos de dos formas diferentes los 77 términos y le llamamos S a esta suma.

$$S = (x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7)+\ldots+(x_{71}+x_{72}+x_{73}+x_{74}+x_{75}+x_{76}+x_{77}) \geq 0,$$

y $S = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11}) + ...$
$+(x_{69} + x_{68} + x_{69} + x_{70} + x_{71} + x_{72} + x_{73} + x_{74} + x_{75} + x_{76} + x_{77}) \leq 0.$
Hemos obtenido que $0 \leq S \leq 0$, por lo tanto, $S = 0$.

Solución del problema 38. La respuesta es (c).
Tenemos que $x^2 = 6+\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \ldots}}}$, es decir, $x^2 = 6+x$. Resolviendo esta ecuación cuadrática tenemos dos posibles soluciones: $x = 3$ y $x = -2$. Pero x debe ser positivo, entonces $x = 3$. Análogamente, tenemos que $y^2 = 6 - y$, de donde obtenemos que $y = 2$. Por lo tanto, $x - y = 1$.

Segunda solución: Como $x^2 = 6+x$ y $y^2 = 6-y$ tenemos que $x^2-y^2 = x+y$, esto es,

$$(x-y)(x+y) = x+y.$$

Dado que x y y son positivos, tenemos que $x+y$ también lo es, entonces, dividiendo entre $x+y$ ambos lados de la ecuación obtenemos que $x-y=1$.

Solución del problema 39. La respuesta es (b).
Factorizamos la expresión

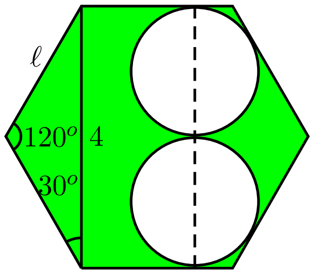
$$\begin{aligned} 2^{16}-1 &= (2^8-1)(2^8+1) \\ &= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \\ &= 3\cdot 5\cdot 17\cdot 257. \end{aligned}$$

Como los números 3, 5, 17, 257, son todos primos, tenemos que la diferencia entre el mayor divisor primo y el menor es $257-3=254$.

Solución del problema 40. La respuesta es (d).
Los 4 niños que están en las esquinas saludan a 3 niños cada uno. En las orillas (pero no en las esquinas) hay 24 niños y cada uno saluda a 5 niños. Cada uno de los niños que no está en la orilla (hay 32) saluda a 8 niños. Si hacemos la suma de todos estos saludos, tendremos el doble del total (pues cada saludo se cuenta dos veces). Luego, el número total de saludos es $\frac{4\times 3+24\times 5+32\times 8}{2} = 194$.

Solución del problema 41. La respuesta es (d).
Tenemos que $(7^x+7^{-x})^2 = 7^{2x}+2(7^x)(7^{-x})+7^{-2x} = 49^x+2+49^{-x} = 7+2=9$, de donde $7^x+7^{-x} = \sqrt{9} = 3$.

Solución del problema 42. La respuesta es (c).
Como el área de un hexágono de lado ℓ es $\frac{3\ell^2\sqrt{3}}{2}$, basta calcular la longitud de un lado del hexágono. Dado que los dos círculos de la derecha son tangentes entre sí y a dos lados paralelos del hexágono, tenemos que la distancia entre dos lados opuestos del hexágono es 4. Por ley de senos tenemos que $\frac{\ell}{\text{sen}30^\circ} = \frac{4}{\text{sen}120^\circ}$, por lo tanto $\ell = \frac{4\text{sen}30^\circ}{\text{sen}60^\circ} = \frac{4\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$. Luego el área del hexágono es $8\sqrt{3}$ y el área de la región sombreada es $8\sqrt{3}-3\pi$.



Solución del problema 43. La respuesta es (d).
Como $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$ para todo entero positivo n, tenemos que el producto buscado es equivalente al producto:

$$\left(\frac{\frac{1}{2\cdot 3}}{\frac{1}{3\cdot 4}}\right)\left(\frac{\frac{1}{4\cdot 5}}{\frac{1}{5\cdot 6}}\right)\left(\frac{\frac{1}{6\cdot 7}}{\frac{1}{7\cdot 8}}\right)\cdots\left(\frac{\frac{1}{48\cdot 49}}{\frac{1}{49\cdot 50}}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{50}} = \frac{50}{2} = 25.$$

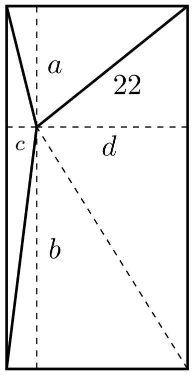
Solución del problema 44. La respuesta es (c).
Tenemos que:

$$\begin{aligned}\frac{a-3\sqrt{2006}}{3-b\sqrt{2006}} &= \left(\frac{a-3\sqrt{2006}}{3-b\sqrt{2006}}\right)\left(\frac{3+b\sqrt{2006}}{3+b\sqrt{2006}}\right)\\ &= \frac{3a+ab\sqrt{2006}-9\sqrt{2006}-3b(2006)}{9-b^2(2006)}\\ &= \frac{3a-3b(2006)+(ab-9)\sqrt{2006}}{9-b^2(2006)},\end{aligned}$$

de donde $\sqrt{2006}(ab-9)$ debe ser un número racional. Luego, como $\sqrt{2006}$ es irracional, la única posibilidad es que $ab-9=0$, de donde $ab=9$.

Solución del problema 45. La respuesta es (a).
Utilizando el Teorema del Binomio, es fácil ver que cuando n es par, $(4-1)^n+1$ es de la forma $4k+2$ con k un entero positivo. Por lo tanto, 2 divide a 3^n+1 pero 4 ya no. Luego, $k=1$ es el máximo. Alternativamente, es claro que 3^n+1 es par para cualquier entero positivo n, en particular para n par. Si $n=2m$, entonces $3^n+1=3^{2m}+1=9^m+1\equiv 1+1=2 \pmod 4$ y así 3^n+1 no es múltiplo de 4 si n es par.

Solución del problema 46. La respuesta es (e).
Sea x la distancia a la cuarta esquina. Trazamos paralelas a los lados por el punto interior dado, y llamamos a, b, c y d a los segmentos que determinan la distancia del punto a cada uno de los lados.



Por el teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned} a^2 + c^2 &= 6^2 \\ b^2 + c^2 &= 24^2 \\ a^2 + d^2 &= 22^2 \\ b^2 + d^2 &= x^2 \end{aligned}$$

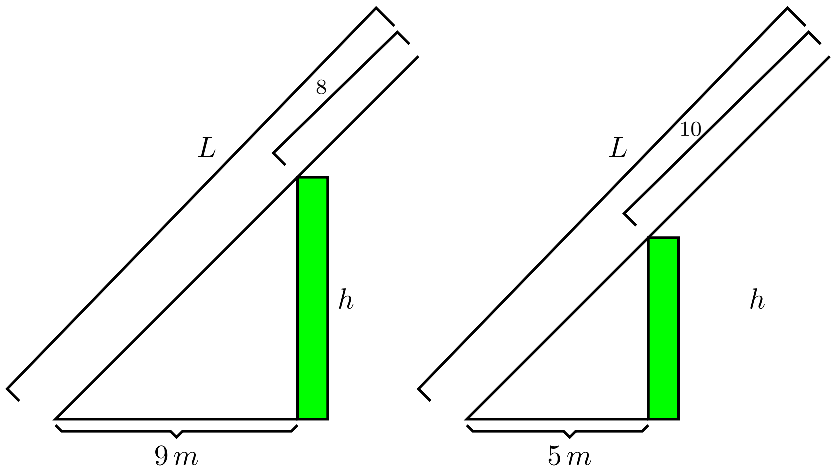
Sumando la segunda y la tercera ecuación y restando la primera obtenemos:

$$\begin{aligned} b^2 + c^2 + a^2 + d^2 - a^2 - c^2 &= 24^2 + 22^2 - 6^2 \\ b^2 + d^2 &= 1024. \end{aligned}$$

De aquí obtenemos que $x^2 = 1024$, es decir, $x = 32$.

Solución del problema 47. La respuesta es (b).
Sea L la longitud de la escalera y h la altura del muro. Tenemos que

$$\begin{aligned} (L - 10)^2 &= 5^2 + h^2 \\ L^2 - 20L + 100 &= 25 + h^2. \end{aligned}$$



También

$$\begin{aligned}(L-8)^2 &= 9^2+h^2\\ L^2-16L+64 &= 81+h^2.\end{aligned}$$

Restando ambas ecuaciones tenemos $-4L+36=-56$ de donde $L=23$. Se sigue que $h^2=(L-10)^2-5^2=13^2-5^2=144$, es decir $h=12$.

Solución del problema 48. La respuesta es (d).
La hormiga recorrió una distancia igual a 5 veces la longitud de cada arista. Como el volumen del cubo es 27cm^3, cada arista mide 3cm. Por lo tanto, la hormiga recorre 15cm.

Solución del problema 49. La respuesta es (b).
En cada viaje Emilia lleva $\frac{2}{3}$ de cubeta. Así que tiene que hacer 6 viajes para completar 4 cubetas.

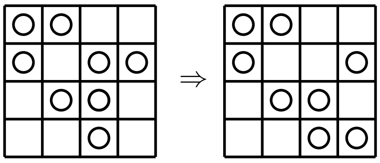
Solución del problema 50. La respuesta es (e).
Haciendo las operaciones obtenemos que $5(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})=\frac{5}{6}$.

Solución del problema 51. La respuesta es (c).
Para que las condiciones se cumplan debieron asistir a la reunión al menos dos hombres y dos mujeres. Llamemos P a una persona de las que asistieron a la reunión. P debió saludar al menos a un hombre y al menos a una mujer. Entonces, a parte de P, debieron asistir a la reunión un hombre, digamos H, y una mujer, digamos M. H debió saludar al menos a un hombre y al menos a una mujer. Si P es hombre, entonces con estas tres personas es suficiente para que se haya cumplido la condición para H. Sin embargo, entonces tuvo que asistir

otra mujer a la reunión para que se cumpla la condición de que M saludó al menos a un hombre y a una mujer. Si P es mujer, entonces debió asistir otro hombre a la reunión para que se cumpla la condición para H. Por lo tanto, debieron asistir a la reunión al menos dos hombres y dos mujeres.

Solución del problema 52. La respuesta es (e).
Al armar la caja se forma una cara con cuatro cuadritos, a la que se le opone una cara negra. El resto de las caras son blancas.

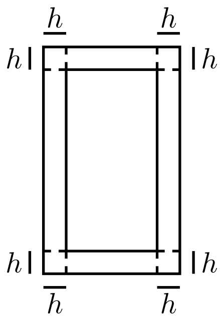
Solución del problema 53. La respuesta es (b).
Es suficiente con mover una ficha, como se muestra en la figura.



Solución del problema 54. La respuesta es (c).
Tenemos que $A = 3B$ y $C = 2A = 2(3B) = 6B$. Así que $180° = A+B+C = 3B + B + 6B = 10B$, de donde $B = 18°$ y $A = 3(18°) = 54°$.

Solución del problema 55. La respuesta es (c).
Considerando que los caramelos cuestan x pesos, los chocolates cuestan $2x$ pesos. Como $3(2x)+2x = 8x = 16$ tenemos que $x = 2$. Así que dos chocolates y tres caramelos cuestan $2(2x) + 3x = 7x = 7(2) = 14$.

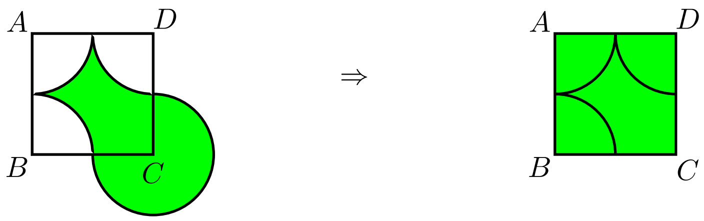
Solución del problema 56. La respuesta es (a).
Llamemos h a la distancia del margen a la orilla de la hoja. La diferencia entre los perímetros es 8 veces h (ver figura). Así que $h = 1\,cm$.



Solución del problema 57. La respuesta es (b).
Del total de asistentes, el $70\,\%$ del $50\,\%$ son mujeres que no tienen los ojos claros. Es decir, el $\frac{70}{100}(50) = 35\,\%$ del total.

Solución del problema 58. La respuesta es (d).
Cada vez que mi hermanito rompe un pedazo, se agregan 10 pedazos pequeños y se elimina uno grande. Así que la cantidad de pedazos aumenta en 9. Como $46 = 10 + 9 + 9 + 9 + 9$, mi hermanito rompió 4 pedazos.

Solución del problema 59. La respuesta es (a).
Cortando y pegando como se muestra en la figura, tenemos que el área sombreada es igual al área del cuadrado.



Solución del problema 60. La respuesta es (d).
Daniela tarda $\frac{22}{2} = 11$ minutos en hacer la mitad del recorrido en autobús. Así que tarda $35 - 11 = 24$ minutos en hacer la mitad del recorrido caminando.

Solución del problema 61. La respuesta es (b).
Hay que abrir 5 cajas, que están contenidas en al menos 2 cofres, que están dentro del baúl. En total son $5 + 2 + 1 = 8$ cerraduras.

Solución del problema 62. La respuesta es (d).
Entre el lunes en que empezó a trabajar y el domingo que descansó, tuvieron que pasar semanas completas. Así que la cantidad de días transcurridos entre el lunes que empezó a trabajar y el domingo que descansó debe ser múltiplo de 7. Diego descansa cada quinto día, por lo que la cantidad de días transcurridos debe también ser múltiplo de 5. Como el mínimo común múltiplo de 7 y 5 es 35, y Diego trabaja $\frac{4}{5}$ del tiempo entre descanso y descanso, la menor cantidad de días qe tuvo que trabajar fue $\frac{4}{5}(35) = 28$.

Solución del problema 63. La respuesta es (b).
Llamemos b a la base y h a la altura de cada triangulito. El área del trapecio sombreado es $\frac{(5h+4h)(\frac{5}{2}b)}{2} = \frac{45}{2}(\frac{bh}{2}) = \frac{45}{2} = 22.5$.

Solución del problema 64. La respuesta es (e).
En efecto, tenemos que:
1. La menor suma posible es $1 + 3 + 5 + 7 = 16$. Así que (a) no es posible.

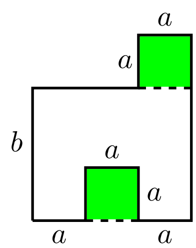
2. La mayor suma posible es $19+17+15+13=64$. Así que (b) no es posible.
3. La suma de los cuatro números impares es par. Así que (c) no es posible.
4. La única manera de escribir 21 como el producto de dos números como los que se indican es 3×7. Así que (d) no es posible.
5. Es posible cumplir (e) de la siguiente forma:

15	13
19	17

Solución del problema 65. La respuesta es (c).
Sea n el número de estudiantes y c la cantidad a pagar. Tenemos que $14n+4=c$ y $16n-6=c$, de donde $n=5$ y $c=74$. Así que cada uno debe pagar $\frac{74}{5}=14.8$ pesos.

Solución del problema 66. La respuesta es (e).
La suma de todos los números es 10 veces su promedio, así que es igual a 100. La máxima posibilidad para el mayor es 91, que se obtiene cuando los otros números son todos iguales a 1.

Solución del problema 67. La respuesta es (e).
Los dos cuadrados grises de la figura son iguales, así que el área buscada es igual al área de un rectángulo de lados $3a$ y b, es decir, igual a $3ab$.



Solución del problema 68. La respuesta es (a).
El primer dígito de mi edad es a y el segundo es b. Así que $10b+a>3(10a+b)$, de donde $\frac{b}{a}>\frac{29}{9}$, pues $a\neq 0$ ya que mi edad es de dos dígitos. Si consideramos que $\frac{29}{9}>3$, las posibilidades se reducen a 29, 28, 19, 18, 17, 16, 15 y 14; pero de éstas ni 28 ni 14 cumplen la condición.

Solución del problema 69. La respuesta es (c).
Se repartieron 16 puntos en total, de los cuales José tiene $16-5-4=7$, así

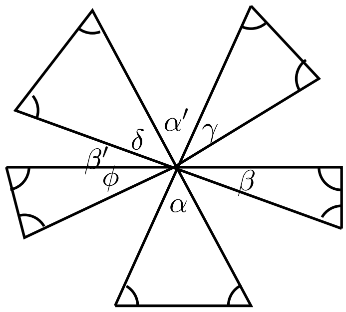
que ganó al menos un juego. En los tres juegos restantes acumuló 4 puntos, así que debió ganar uno de ellos y quedar segundo en otro.

Solución del problema 70. La respuesta es (c).
Con $150 podemos comprar 15 paquetes; estos 15 paquetes podemos agruparlos en 5 grupos de 3, por lo que en total podemos obtener 20 paquetes.

Solución del problema 71. La respuesta es (b).
El área del triángulo DCB es la mitad del área del rectángulo $ABCD$ y a su vez la mitad del área del rectángulo $DBEF$, así que el área de ambos rectángulos es la misma.

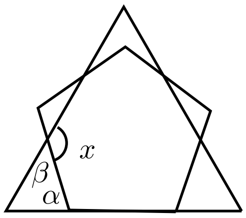
Solución del problema 72. La respuesta es (c).
El enunciado (c) es verdad y el (d) es mentira. Luego, los otros tres son todos falsos o todos verdaderos. Si (a), (b) y (c) fueran verdaderos, Luis tendría una cantidad de amigos que es prima, par y mayor que 3, lo cual no puede ser. Por lo tanto, concluimos que Luis miente el día de hoy.

Solución del problema 73. La respuesta es (e).
En la figura, $\alpha = \alpha'$ y $\beta = \beta'$. La suma buscada es $(180°)(5) - (\alpha + \beta + \gamma + \delta + \phi) = 900° - (\alpha' + \beta' + \gamma + \delta + \phi) = 900° - 180° = 720°$.



Solución del problema 74. La respuesta es (c).
En dos horas la diferencia entre los relojes es de tres minutos, por lo que para que la diferencia sea de 60 minutos se requieren 40 horas.

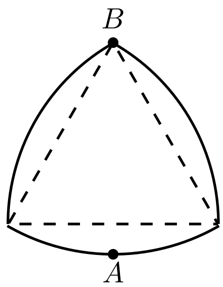
Solución del problema 75. La respuesta es (c).
Cada uno de los ángulos internos del pentágono mide $108°$, así que $\alpha = 180° - 108° = 72°$. Luego, $x = 180° - \beta = 60° + \alpha + \beta - \beta = 60° + 72° = 132°$.



Solución del problema 76. La respuesta es (b).
Llamemos $n+1, n+2, \ldots, n+r$ a los números consecutivos. Tenemos que $100 = n+1+n+2+\cdots+n+r = rn + \frac{r(r+1)}{2} = \frac{r(2n+r+1)}{2}$. Luego, se debe cumplir que $200 = r(2n+r+1)$, de donde r debe ser un divisor de 200, y como $r < 2n+r+1$, tenemos que $1 < r < \sqrt{200}$. Luego, $r = 2$, 4, 5, 8 ó 10. Si $r = 2$, 4 ó 10 entonces n no es entero, es decir, los únicos valores posibles para r son 5 y 8. Si $r = 5$, entonces $n = 17$ y el conjunto es $\{18, 19, 20, 21, 22\}$; si $r = 8$, entonces $n = 8$ y el conjunto es $\{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$, que son las únicas soluciones.

Solución del problema 77. La respuesta es (c).
El conjunto con la menor suma es $\{2, 2, 5, 5, 1, 1, \ldots, 1\}$. Es fácil convencerse de que las otras posibilidades tienen una suma mayor.

Solución del problema 78. La respuesta es (a).
Marquemos el punto B en el punto "opuesto" al A. A la mitad del recorrido, el disco está recargado sobre la mesa en B, así que la altura debe ser igual que la altura del principio de la gráfica (la distancia entre A y B). La única gráfica que cumple con esto es la primera.



Solución del problema 79. La respuesta es (a).
En la tira superior de la bandera la región sombreada es : $\frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$, del

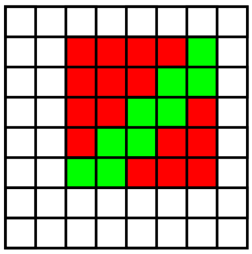
total.
En la tira media de la bandera la región sombreada es : $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$, del total.
En la tira inferior de la bandera la región sombreada es : $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$, del total.
Por lo que la región sombreada es $\frac{1}{6} + \frac{2}{9} + \frac{1}{6} = \frac{5}{9}$.

Solución del problema 80. La respuesta es (d).
Si n es la cantidad de nietos que tiene la abuela, la cantidad de panquecitos que puede hacer cuando sobra es $2n + 3$, y cuando falta es $3n - 2$; dado que ambas cantidades son iguales tenemos $2n + 3 = 3n - 2 \Rightarrow n = 5$.

Solución del problema 81. La respuesta es (d).
Al trazar rectas del centro a los vértices del pentágono se forman 5 triángulos, de los que la región sombreada incluye 1.5, de ahí el porcentaje del pentágono que está sombreado es $\frac{1.5}{5} \cdot 100\,\% = \frac{150}{5}\,\% = 30\,\%$

Solución del problema 82. La respuesta es (d).
Sabemos que el 25 % es equivalente a $\frac{1}{4}$ de sus libros, entonces estamos buscando un número que sea divisible entre 4 y 9; estos son $36, 72, 108, \ldots$, por las condiciones del problema la solución es 72.

Solución del problema 83. La respuesta es (d).
La región sombreada está formada por 10 segmentos verticales y 10 horizontales, con lo que se puede armar un cuadrado de 5×5 y agregar un cuadrito más aumentaría su perímetro. Contando, el procedimiento agrega 16 cuadritos.



Solución del problema 84. La respuesta es (d).
Después de la primera operación quedan 48 litros en el barril. La proporción de vino por litro en el barril después de esta operación es de $\frac{48}{64}$. Al sacar otros 16 litros en la segunda operación, se retiran con ellos $16\left(\frac{48}{64}\right)$. Así que quedan $48 - 16\left(\frac{48}{64}\right) = 36$ litros de vino.

Solución del problema 85. La respuesta es (b).
Sea M la cantidad de alumnos que participaron sólo en la Olimpiada de Ma-

temáticas, Q la cantidad de alumnos que participaron sólo en la Olimpiada de Química y MQ la cantidad de alumnos que participaron en ambas. Sabemos que $M + MQ + Q = 2006 - 6 = 2000$. Se sigue:

$$\begin{aligned}(M + MQ) + (Q + MQ) &= 1500 + 1200 = 2700\\ (M + MQ + Q) + MQ &= 2000 + 700\\ MQ &= 700.\end{aligned}$$

Solución del problema 86. La respuesta es (c).
Francisco pagó 60 % que equivale a $\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$ del total,
Arturo pagó el 40 % del 40 % equivalente a $\frac{40}{100} \cdot \frac{40}{100} = \frac{4}{25}$ del total,
Entre Francisco y Arturo pagaron $\frac{3}{5} + \frac{4}{25} = \frac{19}{25}$ del total, esto nos dice que Gabriela pagó $\frac{6}{25}$ del total, luego $\frac{6}{25} = \frac{30}{x} \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 30}{6} = 125$.

Solución del problema 87. La respuesta es (a).
Tenemos tres colores: azul(az), amarillo(am) y rojo(ro); y dos formas cuadrado(c) y redondo(r), por lo que tenemos 6 posibilidades de forma y color: (az, c), (az, r), (am, c), (am, r), (ro, c), (ro, r). Por la segunda afirmación sabemos que un objeto cuadrado no puede ser ni amarillo ni azul, por lo que descartamos a $(az, c), (am, c)$; por la afirmación tres sabemos que el objeto no es rojo, lo que descarta a $(ro, c), (ro, r)$; ahora por la afirmación cuatro, no puede ser amarillo y redondo (am, r). Así que el objeto es azul y redondo.

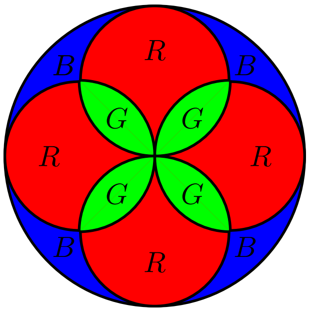
Solución del problema 88. La respuesta es (d).
Si n es la cantidad de miembros de la familia, $18n$ es la suma de sus edades, si k es la suma de las edades sin contar al papá, tenemos $38 + k = 18n, \Rightarrow k = 18n - 38$. Pero k también es igual a $14(n - 1)$, de donde obtenemos $18n - 38 = 14(n - 1) \Rightarrow n = 6$.

Solución del problema 89. La respuesta es (e).
Sea n el primer martes del mes, no puede ser impar, ya que el tercer martes par sería $n + 35$, entonces el primer martes del mes es par. Por lo tanto, el tercer martes par es $n + 28$, de donde la única solución es $n = 2$, y el 21 es domingo.

Solución del problema 90. La respuesta es (b).
Para obtener la mínima cantidad de saltos, el canguro debe dar la mayor cantidad de saltos de 7 m. Como $1000 = 7(142) + 6$ y $6 = 4 + 2$, el canguro debe dar 142 saltos de 7m, 1 salto de 2m y 1 salto de 4m, lo que en total son 144 saltos.

Solución del problema 91. La respuesta es (d).
Al tener el círculo grande un radio 2 veces mayor que el radio del círculo pequeño;

su área será 4 veces la del círculo pequeño. Tenemos que el área del círculo grande es $4B + 4R + 4G$ y el área del círculo pequeño $R + 2G$, por lo que: $4B + 4R + 4G = 4(R + 2G) = 4R + 8G \Rightarrow B = G$, y el área blanca es 400.



Solución del problema 92. La respuesta es (d).
Notemos que $432 = 4(108)$, y $324 = 3(108)$, por lo que podemos cubrir la cuadrícula con rectángulos de 3×4, sin sobrantes ni traslapes. En cada rectángulo de 3×4, se cortan 6 cuadritos por la diagonal, por lo que el total de cuadritos cortados es $6(108) = 648$.

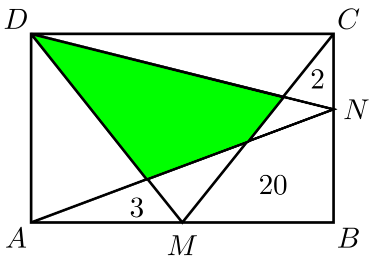
Solución del problema 93. La respuesta es (a).
Tenemos $\frac{a\times b}{b\times c} = \frac{a}{c} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{3}{2}$, además $\frac{c\times d}{d\times e} = \frac{c}{e} = \frac{4}{5}$. Por lo tanto $\frac{\frac{c}{a}}{\frac{c}{e}} = \frac{e}{a} = \frac{15}{8}$.

Solución del problema 94. La respuesta es (b).
Primero "completamos" la suma, si n es el menor numero de la lista y $n + k$ es el número borrado, tenemos $n + (n + 1) + \cdots + (n + 9) = 2006 + (n + k)$ $\Rightarrow 9n = 1961 + k$. Claramente k es dígito, como $1961 + k$ es divisible por 9, $k = 1$, y $n = 218$, y el número borrado es el 219.

Solución del problema 95. La respuesta es (e).
Lo anterior lo podemos expresar como 'ab2'- '2ab'$= (100a + 10b + 2) - (200 + 10a + b) = 90a + 9b - 198 = 36$, tenemos que $10a + b = 26$. Entonces el número original es 262, y la suma de sus cifras es 10.

Solución del problema 96. La respuesta es (a).
Notemos que el triangulito que le falta a la región sombreada para volverse la mitad del área del cuadrado es rectángulo e isósceles, por lo que su área es $\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2} = \frac{3-2\sqrt{2}}{2}$. Por lo tanto el área de la región sombreada es $\frac{1}{2} - \frac{3-2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} - 1$.

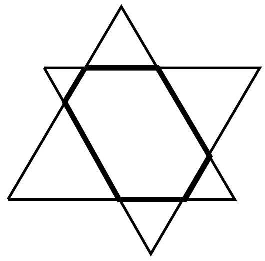
Solución del problema 97. La respuesta es (e).
Sabemos que las áreas de los triángulos DNA y DMC son iguales a la mitad del área del rectángulo $ABCD$. Usaremos el *principio de los tapetes* para resolver el problema: *Si la suma de las áreas de dos tapetes es igual al área de un piso, entonces, si colocamos los tapetes en este piso el área de traslape será igual al área no cubierta.* Claramente, el área sombreada es el área de traslape y las áreas marcadas con 2, 3 y 20 son las áreas no cubiertas. Por lo tanto, el área sombreada es $2 + 3 + 20 = 25$.



Solución del problema 98. La respuesta es (c).
Si tenemos una clave formada por 10 respuestas iguales, se cumple la condición, de éstas hay 2. Supongamos que tenemos una clave de 9 falsos y 1 verdadero, ésta cumple la condición ya que en el peor caso contestamos 2 equivocadas (una falsa como verdadera y la verdadera como falsa), pero 4 de nuestras falsas son respuestas correctas, de estas claves hay 10 distintas y simétricamente tenemos otras 10 (claves de 9 verdaderos y 1 falsa). Hasta aquí llevamos 22. Claves de 8 respuestas falsas y 2 verdaderas no sirven, ya que se puede contestar 2 falsas como verdaderas y 2 verdaderas como falsas y sólo podemos garantizar 3 respuestas correctas, y lo mismo sucede si la clave tiene 8 respuestas verdaderas y 2 falsas. Algo similar ocurre si la clave tiene 7 respuestas falsas y 3 verdaderas o viceversa. Similarmente en los demás casos, la condición no se cumple. Por lo tanto, sólo hay 22 claves posibles.

Solución del problema 99. La respuesta es (c).
Dado que O y M son dígitos tenemos que 1100O+121M=1947, como $121 \cdot 9 = 1089 < 1947$ tenemos que O> 0, pero $2 \cdot 1100 = 2200 > 1947$, por lo tanto O=1, de los cual obtenemos que M$= \frac{1947-1100}{121} = \frac{847}{121} = 7$, por lo tanto O·M es igual a 7.

Solución del problema 100. La respuesta es (b).
Notemos que tres segmentos consecutivos cualesquiera del hexágono, tienen la misma longitud que un lado del triángulo; con el hexágono podemos construir dos lados, de ahí que el perímetro del hexágono sea 12.



Apéndice

Definición 1 (Divisor) *Un entero $a \neq 0$ es divisor del entero b, si existe un entero c tal que $b = a \cdot c$. Se denota esto por $a|b$. También se dice que a divide a b, o que b es divisible entre a, o que b es múltiplo de a.*

Definición 2 (Número primo y número compuesto) *Un entero $p > 1$ es un número primo si los únicos divisores positivos de p son 1 y p. Un entero $n > 1$ que no es primo, se dice que es compuesto. Por ejemplo, 2 y 3 son números primos y 6 es compuesto.*

Definición 3 (Máximo Común Divisor) *Un entero $d \geq 1$ es el máximo común divisor de los enteros a y b si:*
(1) $d|a$ y $d|b$,
(2) si $c|a$ y $c|b$, entonces $c|d$.
Se denota por (a, b). Si $(a, b) = 1$, se dice que a y b son primos relativos o primos entre sí.

Definición 4 (Mínimo Común Múltiplo) *Un entero $m \geq 1$ es el mínimo común múltiplo de los enteros a y b si:*
(1) $a|m$ y $b|m$,
(2) si $a|c$ y $b|c$, entonces $m|c$.
Se denota por $[a, b]$.

Teorema 5 (Teorema Fundamental de la Aritmética) *Todo entero es producto de primos. Su descomposición como producto de primos es única salvo por el orden de los factores primos.*

Teorema 6 (Algoritmo de la división) *Para a y b enteros, con $b \neq 0$, existen enteros únicos q y r tales que $a = bq + r$ y $0 \leq r < |b|$.*
El número r se llama el "residuo" que deja a al dividirlo entre b.

Teorema 7 (Algoritmo de Euclides) *Es un proceso para encontrar el máximo común divisor de dos enteros positivos a y b. Utiliza el algoritmo de la división como sigue:*

$$\begin{array}{rcll} a & = & n_0 b + r_1, & 0 < r_1 < b \\ b & = & n_1 r_1 + r_2, & 0 < r_2 < r_1 \\ r_1 & = & n_2 r_2 + r_3, & 0 < r_3 < r_2 \\ & \vdots & & \\ r_{k-2} & = & n_{k-1} r_{k-1} + r_k, & 0 < r_k < r_{k-1} \\ r_{k-1} & = & n_k r_k & \end{array}$$

Entonces, el último residuo distinto de cero es el máximo común divisor de a y b, es decir, $r_k = (a,b)$.
Además, $r_k = (a,b) = (b,r_1) = (r_1,r_2) = \cdots = (r_{k-2},r_{k-1}) = (r_{k-1},r_k)$.

Teorema 8 (Fórmulas útiles) *Si n es un entero positivo, tenemos que:*
(1) $1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$.
(2) $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
(3) $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
(4) $1+x+x^2+\cdots+x^n = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$ *para cualquier número real* $x \neq 1$.

Teorema 9 (Desigualdad media aritmética - media geométrica) *Para cualesquiera dos números reales no negativos a_1 y a_2, se tiene que:*

$$\frac{a_1+a_2}{2} \geq \sqrt{a_1 a_2}.$$

La igualdad ocurre si y sólo si $a_1 = a_2$.

Teorema 10 (Principio fundamental del conteo) *Si una tarea puede realizarse de m formas diferentes y, para cada una de estas maneras, una segunda tarea puede realizarse de n maneras distintas, entonces las dos tareas pueden realizarse (en ese orden) de mn formas distintas.*

Teorema 11 (Principio de las casillas) *Si $nk+1$ objetos (o más) se distribuyen en k casillas, entonces alguna casilla tiene al menos $n+1$ objetos.*

Definición 12 (Triángulos) *(1) Triángulo acutángulo. Es aquél que tiene sus tres ángulos agudos, es decir, menores de $90°$.*
(2) Triángulo rectángulo. Es aquél que tiene un ángulo recto o de $90°$.
(3) Triángulo obtusángulo. Es aquél que tiene un ángulo obtuso, es decir, un

ángulo mayor de $90°$.
(4) Triángulo equilátero. Es aquél que tiene sus tres lados iguales.
(5) Triángulo isósceles. Es aquél que tiene dos lados iguales.
(6) Triángulo escaleno. Es aquel que no tiene dos lados iguales.

Teorema 13 *(1) La suma de los ángulos interiores de un triángulo es* $180°$.
(2) (Desigualdad del triángulo) En un triángulo de lados a, b *y* c, *las siguientes tres desigualdades se cumplen:* $a+b \geq c, a+c \geq b, b+c \geq a$, *y las igualdades se cumplen si y sólo si los vértices del triángulo son colineales.*

Definición 14 (Puntos y rectas notables de un triángulo) *Mediana. Recta que une un vértice y el punto medio del lado opuesto.*
Centroide. Punto donde concurren las medianas. También se le llama gravicentro o baricentro.
Mediatriz. Recta perpendicular a un lado que pasa por su punto medio.
Circuncentro. Punto donde concurren las mediatrices.
Bisectriz interna. Recta que divide a un ángulo interior de un triángulo en dos ángulos de la misma medida.
Incentro. Punto donde concurren las bisectrices internas.
Altura. Recta trazada desde un vértice que es perpendicular al lado opuesto de dicho vértice.
Ortocentro. Punto donde concurren las alturas.

Definición 15 (Triángulos semejantes) *Los triángulos* ABC *y* $A'B'C'$ *son semejantes si se cumple alguna de las siguientes dos condiciones:*
(1) $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$.
(2) $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$.

Teorema 16 (Criterios de semejanza) *Dos triángulos son semejantes si se verifica alguna de las siguientes condiciones:*
(1) Tienen sus lados correspondientes proporcionales.
(2) Tienen dos lados correspondientes proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.
(3) Tienen dos ángulos correspondientes iguales.

Definición 17 (Triángulos congruentes) *Los triángulos* ABC *y* $A'B'C'$ *son congruentes si tienen sus tres ángulos iguales y sus tres lados iguales.*

Teorema 18 (Criterios de congruencia) *Dos triángulos son semejantes si se verifica alguna de las siguientes condiciones:*
(1) (LAL) Tienen dos lados correspondientes iguales y el ángulo comprendido

entre ellos igual.
(2) (ALA) Tienen dos ángulos correspondientes iguales y el lado comprendido entre ellos igual.
(3) (LLL) Tienen los tres lados correspondientes iguales.

Teorema 19 (Teorema de Thales) *Si ABC es un triángulo y D, E son puntos sobre AB y CA respectivamente, entonces los segmentos DE y BC son paralelos si y sólo si $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$.*

Teorema 20 (Teorema de Pitágoras) *Si ABC es un triángulo rectángulo con ángulo recto en C, entonces $AB^2 = BC^2 + CA^2$. El recíproco del Teorema de Pitágoras también es cierto, es decir, si en un triángulo ABC se cumple que $AB^2 = BC^2 + CA^2$, entonces el triángulo es rectángulo con ángulo recto en C.*

Teorema 21 (Ley de los cosenos) *En un triángulo ABC, de lados a (opuesto al ángulo A), b (opuesto al ángulo B) y c (opuesto al ángulo C), se tiene que:*

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C.$$

Teorema 22 (Ley de los senos) *En un triángulo ABC, de lados a (opuesto al ángulo A), b (opuesto al ángulo B) y c (opuesto al ángulo C), se tiene que:*

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} = 2R,$$

donde R es el radio de la circunferencia circunscrita del triángulo ABC. (La circunferencia circunscrita o circuncírculo es la que pasa por los tres vértices del triángulo).

Teorema 23 (Área de un triángulo) *El área de un triángulo ABC, denotada por (ABC), de lados a, b, c, y alturas h_a, h_b, h_c (donde h_i es la altura trazada sobre el lado i) es:*

$$(ABC) = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2}.$$

También:

$$(ABC) = sr = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{abc}{4R} = \frac{bc\operatorname{sen} A}{2},$$

donde $s = \frac{a+b+c}{2}$, R es el radio de la circunferencia circunscrita del triángulo ABC, y r es el radio de la circunferencia inscrita del triángulo ABC. (La circunferencia inscrita o incírculo es la que tiene como centro al punto de intersección de las bisectrices internas (incentro) y es tangente a los tres lados).

Definición 24 (Colineales) *Puntos colineales son los que se encuentran sobre una misma recta.*

Definición 25 (Ángulos en la circunferencia) *(1) Ángulo inscrito. En una circunferencia, es el ángulo formado por dos cuerdas que comparten un punto común.*
(2) Ángulo semi-inscrito. En una circunferencia, es el ángulo formado por una cuerda y la tangente a la circunferencia en un punto común.
(3) Ángulo central. Es el ángulo formado por dos radios.

Teorema 26 *(1) La medida de un ángulo inscrito en una circunferencia es igual a la mitad del ángulo central que abre el mismo arco.*
(2) La medida de un ángulo semi-inscrito en una circunferencia es igual a la mitad del ángulo central que abre el mismo arco.
(3) El ángulo entre dos secantes trazadas a una circunferencia desde un punto exterior, es igual a la mitad de la diferencia de los dos arcos subtendidos.
(4) El ángulo entre dos cuerdas que se cortan en el interior de una circunferencia, es igual a la mitad de la suma de los dos arcos subtendidos.

Definición 27 (Cuadriláteros) *(1) Un cuadrilátero es un polígono de cuatro lados. Un cuadrilátero $ABCD$ es convexo si al trazar sus diagonales AC y BD, éstas quedan dentro del cuadrilátero. Un cuadrilátero $ABCD$ es cíclico si sus vértices están sobre una misma circunferencia.*
(2) Un trapecio es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos. A los lados paralelos del trapecio se les llaman bases. Si los lados no paralelos del trapecio son iguales, se dice que el trapecio es isósceles.
(3) Un paralelogramo es un cuadrilátero que tiene ambos pares de lados opuestos paralelos.
(4) Un rombo es un paralelogramo que tiene sus cuatro lados iguales.
(5) Un rectángulo es un paralelogramo cuyos ángulos son todos rectos.
(6) Un cuadrado es un rectángulo que tiene sus cuatro lados iguales.

Teorema 28 *Las siguientes afirmaciones son equivalentes.*
(1) $ABCD$ es un cuadrilátero cíclico.
(2) $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$.
(3) $\angle ADB = \angle ACB$.
(4) $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$ (Teorema de Ptolomeo).

Concentrado de Respuestas

1.-	(c)	26.-	(e)	51.-	(c)	76.-	(b)
2.-	(b)	27.-	(a)	52.-	(e)	77.-	(c)
3.-	(d)	28.-	(b)	53.-	(b)	78.-	(a)
4.-	(e)	29.-	(c)	54.-	(c)	79.-	(a)
5.-	(a)	30.-	(e)	55.-	(c)	80.-	(d)
6.-	(d)	31.-	(b)	56.-	(a)	81.-	(d)
7.-	(d)	32.-	(d)	57.-	(b)	82.-	(d)
8.-	(a)	33.-	(a)	58.-	(d)	83.-	(d)
9.-	(d)	34.-	(a)	59.-	(a)	84.-	(d)
10.-	(e)	35.-	(b)	60.-	(d)	85.-	(b)
11.-	(b)	36.-	(c)	61.-	(b)	86.-	(c)
12.-	(b)	37.-	(c)	62.-	(d)	87.-	(a)
13.-	(a)	38.-	(c)	63.-	(b)	88.-	(d)
14.-	(c)	39.-	(b)	64.-	(e)	89.-	(e)
15.-	(c)	40.-	(d)	65.-	(c)	90.-	(b)
16.-	(b)	41.-	(d)	66.-	(e)	91.-	(d)
17.-	(c)	42.-	(c)	67.-	(e)	92.-	(d)
18.-	(b)	43.-	(d)	68.-	(a)	93.-	(a)
19.-	(b)	44.-	(c)	69.-	(c)	94.-	(b)
20.-	(d)	45.-	(a)	70.-	(c)	95.-	(e)
21.-	(d)	46.-	(e)	71.-	(b)	96.-	(a)
22.-	(b)	47.-	(b)	72.-	(c)	97.-	(e)
23.-	(e)	48.-	(d)	73.-	(e)	98.-	(c)
24.-	(a)	49.-	(b)	74.-	(c)	99.-	(b)
25.-	(c)	50.-	(e)	75.-	(c)	100.-	(c)

Directorio de delegados estatales

Aguascalientes -*Laura Soledad Casillas Serna*

CECYTEA Plantel Morelos,
Área de Matemáticas y Física de Ingeniería
Chichen-Itza s/n Cd. Satelite Morelos Rinc´on 505,
Colonia Guadalupe C.P. 20059, Aguascalientes, Aguascalientes.
Tel. (449) 918 46 67 y Cel. (449) 414 13 85
lscasillass@yahoo.com.mx
www.ommags.com

Baja California -*Carlos Yee Romero*

Universidad Autónoma de Baja California,
Facultad de Ciencias
Km. 103 Carretera de Tijuana-Ensenada,
Unidad Universitaria,
C.P. 22860, Ensenada, Baja California.
Tel. (646) 1 74 59 25, ext. 116
Fax (646) 1 74 45 60
cyeer@uabc.mx

Baja California Sur -*Edgar Netzahualcóyotl Soriano Arellano*

Instituto Mar de Cortés
Márquez de León 666, entre Altamirano y Gómez Farías, Col. Centro,
C.P. 23000, La Paz, Baja California Sur.
Tel. y Fax (612) 123 22 02
netza_soriano@hotmail.com
direccion@institutomardecortes.edu.mx

Campeche -*Javier Gan Torres*

Centro Tecnológico del Mar 02, Campeche
Antigua Carretera a Campeche-Hampolol, km 1.0
C.P. 24085, Campeche, Campeche.
Tel. (981) 815 39 78 y Tel. casa (981) 817 08 37
keroto@prodigy.net.mx

Chiapas -*María del Rosario Soler Zapata*

Universidad Autónoma de Chiapas,
Facultad de Ingeniería,
Boulevard Belisario Domínguez km. 1081
C.P. 29000, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.
Tel. (961) 6 15 05 27
msoler@cimat.mx
mrsolerz@yahoo.com.mx

Chihuahua -*David Cossío Ruiz*

Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, campus Cd. Juárez
Av. Tomás Fernández 8945,
C.P. 32320, Cd. Juárez, Chihuahua.
Tel. (656) 6 29 91 09
Fax (656) 6 29 91 01
cossio@elp.rr.com
www.ommch.cjb.net

Coahuila -*Silvia del Carmen Morelos Escobar*

Universidad Autónoma de Coahuila,
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas
Edif. D, Unidad Camporredondo,
C.P. 25000, Saltillo, Coahuila.
Tel. (844) 414 47 39 y (844) 411 82 57
Fax (844) 411 82 57
Tel. casa (844) 431 34 85 y Tel. cel. (844) 437 72 19
smorelos@mate.uadec.mx
smorelos2002@yahoo.com.mx

Colima -*Enrique Fariías Martínez*

Universidad de Colima, Facultad de Ciencias,
Bernal Díaz del Castillo 340,
Col. Villa San Sebastián,
C.P. 28045, Colima, Colima.
Tel. (312) 3 16 11 35, ext. 47058
ommcol@ucol.mx
efarias@ucol.mx

Distrito Federal -*Luis Alberto Briseño Aguirre*

Universidad Nacional Autónoma de México,
Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas, cubículo 236,
Circuito Exterior, Ciudad Universitaria,
C.P. 04510, México D.F.
Tel. (55) 56 22 48 68
Fax (55) 56 22 48 69
lba@hp.fciencias.unam.mx

Durango -*Armando Mata Romero*

Universidad Juárez del Estado de Durango,
Escuela de Matemáticas,
Av. Veterinaria 210, Col. Valle del Sur,
C.P. 34120, Durango, Durango.
Tel. y Fax (618) 1 30 11 39
armando@linux.ujed.mx

Guanajuato -*Helga Fetter Nathansky*

Centro de Investigación en Matemáticas, CIMAT,
Callejón Jalisco s/n, Col. Mineral de Valenciana,
Apartado Postal 402,
C.P. 36000, Guanajuato, Guanajuato.
Tel. (473) 732 71 55 y (473) 735 08 00
Fax (473) 732 57 49
fetter@cimat.mx

Guerrero -*Gonzalo Delgado Espinoza*

Universidad Autónoma de Guerrero,
Facultad de Matemáticas,
Calle Carlos E. Adame 54, Col. Garita,
C.P. 39650, Acapulco, Guerrero.
Tel. y Fax: (744) 4 87 25 00
Tel. cel. (744) 4 30 92 54
deg_gonzalo@yahoo.com.mx

Hidalgo -*José Alfonso Valencia González*

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo,
Edif. Centro de Investigación en Matemáticas, Ciudad Universitaria,
Carretera Pachuca Tulancingo km. 4.5,
C.P. 42084, Pachuca, Hidalgo.
Tel. (771) 7 17 20 00, ext. 6162
Fax (771) 7 17 20 00
valencia@uaeh.reduaeh.mx

Jalisco -*María Eugenia Guzmán Flores*

Universidad de Guadalajara
Centro Univ. de Ciencias Exactas e Ingeniería, Departamento de Matemáticas
Av. Revolución 1500, Edificio V, planta baja,
C.P. 44420, Guadalajara, Jalisco.
Tel. y Fax (33) 36 19 95 52
floresguz55@yahoo.com.mx

Estado de México -*Olga Rivera Bobadilla*

Universidad Autónoma del Estado de México,
Facultad de Ciencias,
Instituto Literario No. 100, Col. Centro,
C.P. 50000, Toluca, Estado de M'éxico.
Tel. (722) 296 55 56
Fax (722) 296 55 54
orb@uaemex.mx
matematicas_olimpiada@yahoo.com.mx

Michoacán -*Armando Sep´ulveda L´opez*

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo,
Departamento de Matematica Educativa,
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas,
Edificio B, Planta Baja, Ciudad Universitaria,
C.P. 58060, Morelia, Michoacán.
Tel. (443) 3 26 21 46, ext. 130
Fax (443) 3 22 35 00, ext, 3063
jorge@fismat.umich.mx

Morelos - *Larissa Sbitneva*

Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Facultad de Ciencias,
Av. Universidad 1001, Col. Chamilpa,
C.P. 62209, Cuernavaca, Morelos.
Tel. (777) 3 29 70 20
Fax (777) 3 29 70 40
larissa@buzon.uaem.mx

Nayarit -*Rodolfo Dávalos Mejía*

Universidad Autónoma de Nayarit,
Escuela Preparatoria No. 1
Cd. de la Cultura Amado Nervo, Blvd. Tepic-Xalisco,
C.P 63180, Tepic, Nayarit.
Tel. y Fax (311) 2 13 17 51
jaraulloa@gmail.com ; jaraulloa@hotmail.com
addbsan@hotmail.com ; rdavalosmn@hotmail.com

Nuevo León -*Alfredo Alanís Durán*

Universidad Autónoma de Nuevo León,
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas,
Del Colegio 1077,
Col. Valle de las Flores,
C.P. 66450, San Nicolás, Nuevo León.
Tel. (81) 83 29 40 30, ext. 6130 y (81) 83 13 16 26
Fax (81) 83 52 29 54
aalanis56@hotmail.com

Oaxaca -*Sara Carrillo Uribe*

Universidad Autónoma Benito Juárez de Oaxaca,
5 de mayo 111, esq. Morelos, Col. Centro,
C.P. 68000, Oaxaca, Oaxaca.
Tel. (951) 5 14 37 94 y (951) 5 14 87 50
mushe_wini@hotmail.com

Puebla -*María Araceli Juárez Ramírez*

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas
San Claudio y Río Verde, Ciudad Universitaria,
C.P. 72570, Puebla, Puebla.
Tel. (222) 2 29 55 00 ext. 7578
Fax (222) 2 29 56 36
arjuarez@fcfm.buap.mx

Querétaro -*Patricia Isabel Spíndola Yáñez*

Universidad Autónoma de Querétaro, Facultad de Ingeniería,
Cerro de las Campanas s/n,
Centro Universitario,
C.P. 76010, Querétaro, Querétaro.
Tel. (442) 1 92 12 00, ext. 6015
Fax. (442) 1 92 12 00, ext. 6005
spindola@uaq.mx

Quintana Roo -*Alicia Ramón Barrios*

Colegio de Bachilleres,
Planteles Cancún 2 y Colegio Británico,
Región 236, Manzana 24, Lote 5
C.P. 77500, Cancún, Quintana Roo.
Tel. (998) 1 74 01 56
Fax (998) 8 88 72 04 y (998) 8 84 12 95
olimpiadasquintanaroo@hotmail.com
tita1970@hotmail.com

San Luis Potosí -*Enrique Miguel Arroyo Chavelas*

Universidad Autónoma de San Luis Potosí,
Instituto de Física,
Av. Salvador Nava 6, Zona Universitaria,
C.P 78290, San Luis Potosí, San Luis Potosí.
Tel. (444) 8 26 23 62 al 65,
Fax (444) 8 13 38 74
earroyo@dec1.ifisica.uaslp.mx

Sinaloa - *Nicolás Pardo Viera*

Universidad Autónoma de Sinaloa,
Escuela de Ciencias Físico-Matemáticas,
Ciudad Universitaria,
C.P. 80010, Culiacán, Sinaloa.
Tel. y Fax (667) 7 16 11 54
pardo@uas.uasnet.mx

Sonora -*José María Bravo Tapia*

Universidad de Sonora,
Departamento de Matemáticas,
Av. Rosales y Boulevard Domínguez s/n, Col. Centro,
C.P. 83000, Hermosillo, Sonora.
Tel. (662) 2 59 21 55
Fax (662) 2 59 22 19
jmbravo@gauss.mat.uson.mx

Tabasco -*Antonio Guzmán Martínez*

Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, Unidad Chontalpa.
Km. 1 Carretera Cunduacán, Jalpa de Méndez,
C.P. 86690, Cunduacán, Tabasco.
Tel. (914) 3 36 09 28 y (914) 3 36 03 00
Fax (914) 3 36 09 28 y (914) 3 36 03 00
antonio.guzman@dacb.ujat.mx

Tamaulipas -*José Muñoz Delgado*

Universidad Autónoma de Tamaulipas,
Unidad Académica Multidisciplinaria de Ciencias, Educación y Humanidades,
Academia de Matemáticas,
Centro Universitario Adolfo López Mateos,
C.P. 871490, Cd. Victoria, Tamaulipas.
(834) 3 18 17 23
Celular 01 (899) 873 96 22
k5sur523@hotmail.com
k5sur523jmd@gmail.com

Tlaxcala - *José Erasmo Pérez Vázquez*

Universidad Autónoma de Tlaxcala,
Departamento de Ingeniería y Tecnología,
Calzada a Apizaquito Km 1.5,
Apartado Postal 140,
C.P. 90300, Apizaco, Tlaxcala.
Tel. (241) 4 17 25 44,
Fax (241) 4 17 25 44 y (241) 4 17 58 44
erasmo@ingenieria.uatx.mx
joserasmo25@gmail.com

Veracruz -*Raquiel Rufino López Martínez*

Universidad Veracruzana, Facultad de Matemáticas,
Circuito Gonzalo Aguirre Beltrán s/n, Lomas del Estadio,
Zona Universitaria, Col. Centro,
Apartado Postal 270,
C.P. 91090, Xalapa, Veracruz.
Tel. (228) 818 24 53, (228) 842 17 45
Fax (228) 8 18 24 53
ralopez@uv.mx
raquiel1971@yahoo.com.mx

Yucatán -*Jesús Efrén Pérez Terrazas*

Universidad Autónoma de Yucatán,
Facultad de Matemáticas,
Periférico Norte Tablaje 13615,
Parque industrial, junto al local del FUTV,
C.P. 97110, Mérida, Yucatán.
Tel. (999) 9 42 31 40 al 49, ext 1076
Fax (999) 9 42 31 40
jperezt@tunku.uady.mx
ommyuc@tunku.uady.mx

Zacatecas -*Gloria Teresa González de Ávila*

Universidad Autónoma de Zacatecas,
Unidad Académica de Matemáticas,
Camino a la Bufa s/n, intersección con Calzada Solidaridad,
C.P. 98068, Zacatecas, Zacatecas.
Tel. y Fax (492) 9 22 99 75 ext. 24
ggonzale@mate.reduaz.mx,
www.matematicas.reduaz.mx

Directorio del Comité Organizador de la OMM

Anne Alberro Semerena
Facultad de Ciencias, UAEM
Av. Universidad 1001
62210, Cuernavaca, Morelos.
Tel. (777) 3 81 03 80
Fax (777) 3 29 70 40
aalberro@buzon.uaem.mx

Ignacio Barradas Bribiesca
CIMAT
Apartado Postal 402
36000, Guanajuato, Guanajuato.
Tel. (473) 7 32 71 55
Fax (473) 7 32 57 49
barradas@cimat.mx

Radmila Bulajich Manfrino
Facultad de Ciencias, UAEM
Av. Universidad 1001
62210, Cuernavaca, Morelos.
Tel. (777) 3 29 70 20
Fax (777) 3 29 70 40
bulajich@servm.fc.uaem.mx

Gabriela Campero Arena
Facultad de Ciencias, UNAM
Av. Universidad 3000
04510, México, D.F.
Tel. (55) 56 22 48 67
Fax (55) 56 22 48 66
gabriela@matematicas.unam.mx

José Antonio Climent Hernández
Facultad de Ciencias, UNAM
Av. Universidad 3000
04510, México, D.F.
Tel. (55) 56 24 59 22
Fax (55) 56 22 48 59
jach@fciencias.unam.mx

José Alfredo Cobián Campos
Facultad de Ciencias, UNAM
Av. Universidad 3000
04510, México, D.F.
Tel. (55) 56 22 49 25
Fax (55) 56 22 48 59
cobian@matematicas.unam.mx

Luis Cruz Romo
UPIITA, IPN
Av. Instituto Politécnico Nacional 2580
Col. Barrio la Laguna Ticomán
07340, México, D.F.
lucruz@ipn.mx

Marco Antonio Figueroa Ibarra
Facultad de Matemáticas,
Universidad de Guanajuato
Callejón Jalisco s/n, Mineral de Valencia
36240, Guanajuato, Guanajuato
Tel. (473) 7 32 01 40
marcant@cimat.mx

José Antonio Gómez Ortega
Facultad de Ciencias, UNAM
Av. Universidad 3000
04510, México, D.F.
Tel. (55) 56 22 48 64
Fax (55) 56 22 48 64
jago@hp.fciencias.unam.mx

Alejandro Illanes Mejía
Instituto de Matemáticas, UNAM
Circuito Exterior, Ciudad Universitaria
04510, México, D.F.
Tel. (55) 56 22 47 68
Fax (55) 56 16 03 48
illanes@matem.unam.mx

Jesús Jerónimo Castro
CIMAT
Apartado Postal 402,
36000, Guanajuato, Guanajuato.
Tel. (473) 7 32 71 55
Fax (473) 7 32 57 49
jeronimo@cimat.mx

Arturo Morales López
Universidad Pedagógica Nacional
Carretera al Ajusco 24
Col. Héroes de Paiderna
14200, México D.F.
Tel. (55) 56 30 97 00 ext. 1366
et@upn.mx

Antonio Olivas Martínez
Magnolias no. 9
Col. Fuentes del Mezquital
83240, Hermosillo, Son.
Tel. casa (662) 212 53 31
Cel. (662) 124 81 93
antonio_olivas_mtz@yahoo.com.mx
antoniolivas@correoa.uson.mx

Carlos Jacob Rubio Barrios
Facultad de Matemáticas, UADY
Periferico Norte, Tablaje 13615
97119, Mérida, Yucatán
Tel. (999) 942-31-40 al 49 ext. 1116
jacob.rubio@gmail.com

Elena Ruiz Velázquez
Altair no. 12
Col. Lomas de Palmira
62550, Cuernavaca, Mor.
Tel. (777) 320 54 39
Cel. (777) 133 39 83
eleniux@gmail.com
A00375640@itesm.mx

Carmen Sosa Garza
Facultad de Ingeniería, UAQ
Cerro de las Campanas s/n
Querétaro, Querétaro
Tel. (442) 1 92 12 64 ext. 121 ó 136
Fax (442) 1 92 12 646
carsg@uaq.mx

Rogelio Valdez Delgado
Facultad de Ciencias, UAEM
Av. Universidad 1001
62210, Cuernavaca, Morelos.
Tel. (777) 3 29 70 20
Fax (777) 3 29 70 40
rogelio@matcuer.unam.mx

Página oficial de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas:

http://erdos.fciencias.unam.mx/omm/

Comité Organizador de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas

Radmila Bulajich Manfrino
(Presidenta)

Anne Alberro Semerena

Ignacio Barradas Bribiesca

Gabriela Campero Arena

José Antonio Climent Hernández

José Alfredo Cobián Campos

Luis Cruz Romo

Marco Antonio Figueroa Ibarra

José Antonio Gómez Ortega

Alejandro Illanes Mejía

Jesús Jerónimo Castro

Arturo Morales López

Antonio Olivas Martínez

Carlos Jacob Rubio Barrios

Elena Ruiz Velázquez

Carmen Sosa Garza

Rogelio Valdez Delgado