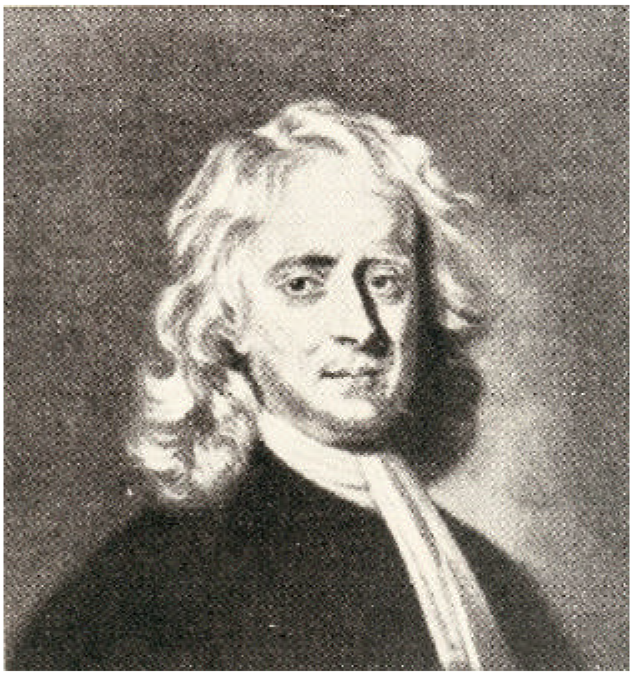
Capítulo Sexto
En la Playa

NEWTON



El método de fluxiones (el Cálculo infinitesimal) es la clave general en cuya virtud la Matemática moderna revela el secreto de la Geometría y, en consecuencia, de la naturaleza.
Obispo de Berkeley

Yo no fraguo hipótesis.
Isaac Newton

"No sé lo que el mundo pensará de mí, pero a mí me parece ser tan solo un muchacho que juega en la playa y que se divierte al encontrar canto rodado o una concha más hermosa que de ordinario, mientras el gran océano de la verdad yace ante mis ojos sin descubrir".

Esta era la idea que tenía de sí Isaac Newton al final de su larga vida. Sin embargo, sus sucesores, capaces de apreciar su obra, han afirmado, casi sin excepción, que Newton es la inteligencia suprema que la raza humana ha producido "cuyo genio superó el tipo humano".

Isaac Newton nació el día de Navidad ("antiguo estilo" de fechar) de 1642, el año de la muerte de Galileo. Procedía de una familia de pequeños pero independientes granjeros que vivían en la casa señorial la aldea de Woolsthorpe, 13 kilómetros al sur de Grantham en el condado de Lincoln, Inglaterra. Su padre, también llamado Isaac, murió a la edad de 37 años, antes de que naciera su hijo. Newton fue un prematuro. Cuando nació era tan frágil y desmedrado que dos mujeres que habían ido a buscar un "tónico" a la casa de un vecino, creían que a su regreso el niño habría muerto. Su madre decía que era tan pequeño al nacer que cabía fácilmente en un cubo de un litro.

No se conoce suficientemente la genealogía de Newton, que podría ser interesante para los estudiosos de la herencia. Su padre era considerado por los vecinos como un "hombre débil, violento y extravagante". Su madre, Hannah Ayscough, era económica, diligente y buena ama de casa. Después de la muerte de su marido Mrs. Newton fue recomendada como una viuda previsora a un viejo bachiller diciéndole que era "extraordinariamente una buena mujer". El cauteloso bachiller, el reverendo Barnabas Smith, de la parroquia vecina de North Witham, contrajo matrimonio con la viuda. Mrs. Smith dejó a su hijo de tres años al cuidado de su abuela. En su segundo matrimonio tuvo tres hijos, ninguno de los cuales mostró una capacidad especial. De las propiedades del segundo matrimonio de la madre y de las propiedades del padre Newton tenía un ingreso 80 libras al año, que, como es natural, era mucho más en el siglo XVII de lo que podían serlo ahora.

Newton no era, pues, uno de los grandes matemáticos que tuvo que luchar con la pobreza.

Siendo niño, Newton, como no era robusto, se veía forzado a prescindir de los toscos juegos de los niños de su edad. En lugar de divertirse del modo usual, Newton inventaba otras diversiones, que ya revelan su genio. Se ha dicho por algunos que Newton no fue precoz. Podrá ser cierto por lo que a la Matemática se refiere, pero si se dice lo mismo en otros aspectos, será necesario hacer una nueva definición de la precocidad. El genio experimental insuperable que Newton mostró como observador de los misterios de la luz se revela ya en la ingeniosidad de sus diversiones infantiles. Linternas para aterrorizar a los crédulos aldeanos durante la noche, juguetes mecánicos perfectamente construidos que él fabricaba por sí mismo y que se movían, ruedas hidráulicas, un molino que molía trigo, proporcionando una nívea harina, con un gran ratón (que devoraba la mayor parte de ella), relojes de sol y un reloj de madera que marchaba automáticamente. Tales eran algunas de las cosas con que este muchacho "no precoz" intentaba divertir a sus compañeros de juego, encauzándoles por vías "más filosóficas". Aparte de estas evidentes muestras de talento, Newton leía mucho y apuntaba en su cuaderno todas las recetas misteriosas y todos los fenómenos extraños que se producían ante sus ojos.

La primera parte de la educación de Newton tuvo lugar en la escuela vecina. Un tío materno, el reverendo William Ayscough parece haber sido el primero en reconocer que Newton era algo diferente de muchacho. Graduado en Cambridge, Ayscough persuadió a la madre de Newton de que enviara a su hijo a Cambridge mantenerlo en su hogar, como ella pensaba, para ayudar a de la granja, a su vuelta a Woolsthorpe, después de la muerte o, cuando Newton tenía 15 años.

Antes de esto, sin embargo, Newton había cruzado su Rubicón por propia iniciativa. Por consejo de su tío había sido enviado a la Grammar School de Grantham, donde era atormentado por el camorrista la escuela, que un día golpeó a Newton en el estómago, causándole dolor físico y una intensa angustia mental. Alentado por uno de los profesores, Newton desafió al camorrista a una pelea limpia; se arrojó sobre él y como un final signo de humillación frotó las cobardes narices de su enemigo contra la pared de la iglesia. Hasta entonces Newton no había demostrado gran interés en las lecciones, pero ahora quiso probar que su cabeza era tan buena como sus puños y rápidamente llegó a ser el primero de la escuela. El Director y el tío Ayscough estuvieron de acuerdo en que Newton debía ser enviado a Cambridge; pero el día decisivo fue fijado cuando Ayscough sorprendió a su sobrino leyendo bajo un seto, cuando lo suponía ayudando a los mozos de la granja.

Mientras estuvo en la Grammar School de Grantham y luego, mientras se preparaba para ir a Cambridge, Newton se alojó en la casa de Mr. Clarke el boticario de la aldea. En la trastienda de la botica Newton encontró algunos libros viejos que rápidamente devoró. Durante su permanencia en la botica se enamoró de la hijastra de Clarke, Miss Storey, con la que se prometió antes de dejar Woolsthorpe para ir a Cambridge en junio de 1661, a la edad de 19 años. Pero aunque Newton conservó un cálido afecto para su primera y única Dulcinea de toda su vida, la ausencia y su creciente ensimismamiento en su obra, dieron lugar a que la novela fuera borrándose y Newton jamás contrajo matrimonio. Miss Storey fue más tarde Mrs. Vincent.

Antes de seguir la carrera de Newton en el Trinity College será bueno recordar brevemente la Inglaterra de su época y algunos de los conocimientos científicos de los cuales el joven se sentía heredero. Los fanáticos escoceses Estuardos, gobernaban Inglaterra en virtud de los derechos divinos de que se suponían investidos, con el raro resultado de que los simples seres humanos se sintieron ofendidos por la suposición de la autoridad celestial y se revelaron contra la sublime arrogancia, la estupidez y la incompetencia de sus gobernantes. Newton creció en una atmósfera de guerra civil política y religiosa en la que puritanos y realistas por igual, se dedicaban al saqueo siempre que necesitaban mantener sus ejércitos preparados para la lucha. Carlos I (nacido en 1600, decapitado en 1649), hizo todo lo que estaba en su poder para suprimir el Parlamento; pero a pesar de sus crueles extorsiones y de la villana capacidad de su Star Chamber (tribunal criminal) para pervertir la ley y la justicia común, no era comparable a los hoscos puritanos de Oliver Cromwell, quien, a su vez, quería llevar sus trapacerías hasta el Parlamento con una apelación a la divina Justicia de su sagrada causa.

Toda esta brutalidad e hipocresía tuvieron un efecto saludable sobre el carácter del joven Newton, que creció con un fiero odio a la tiranía, el subterfugio y la opresión, y cuando el rey Jacobo quiso inmiscuirse en los asuntos de la Universidad, el matemático y filósofo natural no necesitó aprender que una posición resuelta y un frente unido por parte de aquellos cuyas libertades estaban en peligro, son la defensa más eficaz contra una coalición de políticos no escrupulosos; él ya lo sabía por observación y por instinto.

Se atribuyen a Newton las siguientes palabras: "Si he ido algo más lejos que los otros, ello es debido a que me coloqué sobre los hombros de gigantes". Entre los más grandes de estos gigantes se hallaban Descartes, Kepler y Galileo. De Descartes, Newton heredó la Geometría analítica, en la que al principio encontró dificultades; de Kepler, las tres leyes fundamentales del movimiento planetario descubiertas empíricamente después de 22 años de cálculos sobrehumanos, mientras que de Galileo heredó las dos primeras de las tres leyes del movimiento que iban a ser la piedra angular de su propia dinámica. Pero únicamente con ladrillos no se hace una casa; Newton fue el arquitecto de la dinámica y de la mecánica celeste.

Como las leyes de Kepler han de desempeñar un papel importantísimo en el desarrollo de la ley de la gravitación universal debida a Newton, las mencionaremos a continuación:

1. *Planetas se mueven alrededor del Sol según elipses en que éste de los focos.* Si S y S' son los focos y P cualquier posición del planeta en su órbita, $SP + S'P$ es siempre igual a AA', que es el eje mayor de la elipse.

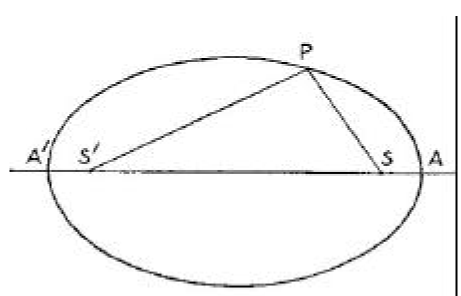


Figura 6.1

2. *La línea que une el Sol y un planeta, describe iguales áreas en tiempos iguales.*
3. *El cuadrado del tiempo de una revolución completa de cada planeta, es proporcional al cubo de su distancia media al Sol.*

Estas leyes pueden ser demostradas en una o dos páginas por medio del cálculo aplicado a la ley de la gravitación universal de Newton.

Dos partículas cualesquiera de materia en el Universo, se atraen recíprocamente con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de su distancia. Por lo tanto, si m, M son las masas de las dos partículas y d la distancia entre ellas (medidas en unidades apropiadas), la fuerza de atracción entre ellas donde k es un número constante:

$$\frac{k * m * M}{d^2}$$

eligiendo adecuadamente las unidades de masas y distancia, k puede ser considerada igual a 1, de modo que la atracción es simplemente.

$$\frac{m * M}{d^2}$$

Para completar expondremos las tres leyes del movimiento debidas a Newton:

1. *Todo cuerpo continuará en su estado de reposo o de movimiento uniforme (no acelerado), en línea recta en tanto que no sea obligado a cambiar ese estado por una fuerza exterior.*
2. *La razón del cambio del momentum* ("masa - tiempo - velocidad", siendo medidas en unidades apropiadas la masa y la velocidad) *es proporcional a la fuerza impresa y tiene lugar en la dirección en que la fuerza actúa.*
3. *Acción y reacción* (como en la colisión sobre una mesa sin fricción de bolas de billar perfectamente elásticas) *son iguales y opuestas* (el momentum que una bola pierde es ganado por la otra).

Lo más importante para la matemática de cuanto estamos diciendo es la palabra razón con que comienza la exposición de la segunda ley del movimiento, la razón del cambio. ¿Qué es una razón y cómo se mide? El momentum como se ha hecho notar, es "masa - tiempo - velocidad". Las masas a que Newton se refería se presume que permanecen constantes durante su movimiento, a diferencia de los electrones y otras partículas físicas, cuyas masas aumentan apreciablemente cuando su velocidad se aproxima a una fracción apreciable de la luz. Así, para investigar la razón del cambio del "momentum" le bastó a Newton aclarar lo que se entiende por *velocidad*, que es la razón del cambio de posición. Su solución de este problema que le dio un método matemático para investigar la velocidad de cualquier partícula que se mueve en cualquier forma continua le proporcionó la llave maestra de todo el misterio de las razones y su medida, el Cálculo *diferencial*.

Un problema similar que deriva de las razones, puso en sus manos el Cálculo integral. ¿Cómo se puede calcular la distancia total recorrida en un determinado tiempo por una partícula en movimiento cuya velocidad varía continuamente de un instante a otro? Respondiendo a este u otros problemas similares, algunos planteados geométricamente, Newton ha llegado al Cálculo integral. Finalmente, examinando conjuntamente los dos tipos de problemas, Newton hizo un descubrimiento capital: vio que el Cálculo diferencial y el Cálculo integral están íntima y recíprocamente relacionados por lo que actualmente se llama "el teorema fundamental del Cálculo", que será explicado cuando tratemos del Cálculo infinitesimal.

Aparte de lo que Newton heredó de sus predecesores en ciencia y recibió del espíritu de su edad otros dos dones, una pasión teología y una insaciable sed por los misterios de la alquimia.

Censurarle por dedicar su inteligencia, no superada a estas cosas que podrían ser ahora consideradas indignas de su esfuerzo, sería censurarse a sí mismo. En los días de Newton la alquimia *era* la química, y de ella más tarde se desarrolló la química moderna. Newton, como hombre de espíritu científico ingénito, se dedicó a descubrir *por el experimento* lo que los alquimistas pretendían saber.

En lo que se refiere a la teología, Newton era un creyente en el Creador todopoderoso del Universo y en su propia incapacidad, como muchacho que se encuentra en la playa, para sondear todo el océano de verdades en todas sus profundidades. Por tanto, creyó que no solo habría muchas cosas en el Cielo más allá de su filosofía, sino otra multitud sobre la Tierra, y se prometió comprender por sí mismo lo que la mayoría de los hombres inteligentes de su tiempo aceptaban sin discusión (para ellos era tan natural como el sentido común): la narración tradicional de la Creación.

Se propuso, pues, realizar serios esfuerzos para intentar demostrar que las profecías de Daniel y la poesía del Apocalipsis tienen un sentido y realizar investigaciones cronológicas con objeto de armonizar las fechas del Antiguo Testamento con las de la Historia. En los días de Newton la teología era aún la reina de las ciencias y algunas veces presentaba sus turbulentos temas con un báculo de bronce y una cabeza de hierro fundido. Newton, sin embargo, permitió que su ciencia racional fluyera sobre sus creencias hasta el grado de hacer de él lo que ahora llamaríamos un unitario.

En junio de 1661, Newton ingresó en el Trinity College, de Cambridge un *subsizar* , un estudiante que (en aquellos días) pagaba sus gastos mediante servicios domésticos. La guerra civil, la restauración de la monarquía en 1661 y las adulaciones mal inspiradas a la Corona por parte de la Universidad, colocó a Cambridge a la altura más inferior que ha tenido en su historia como institución educativa cuando Newton ingresó en ella. De todos modos, el joven Newton, solitario al principio rápidamente se encontró a sí mismo, quedando absorbido en su labor.

El maestro de Newton en Matemática fue el doctor Isaac Barrow (1630-1677), un teólogo y matemático de quien se dice que, a pesar de su indiscutida originalidad y brillantez en la Matemática, tuvo la, desgracia de ser la estrella de la mañana, heraldo del sol de Newton. Barrow reconoció que alguien más grande que él había llegado y en el momento estratégico (1669) renunció su cátedra de Matemática en favor de su incomparable discípulo. Las conferencias sobre Geometría de Barrow se ocupan entre otras cosas de sus propios métodos para calcular áreas y trazar tangentes a curvas, que son esencialmente los problemas claves de los Cálculos integral y diferencial, respectivamente, y no puede haber duda alguna de que esas conferencias inspiraron a Newton sus trabajos.

La vida de Newton antes de graduarse es poco conocida. Parece que no hizo muy buena impresión a sus compañeros, y sus breves cartas, a su hogar no cuentan nada que interese. Los dos primeros años fueron empleados en el aprendizaje de la Matemática elemental. Si existe algún relato veraz de la repentina maduración de Newton como descubridor, ninguno de sus modernos biógrafos parecen haberlo encontrado. Aparte del hecho de que en los tres años 1664-66 (teniendo 21 a 22 años) estableció los fundamentos de su obra posterior en ciencias y Matemática, y que el incesante trabajo le produjo una enfermedad, nada seguro sabemos de él. La tendencia de Newton al secreto acerca de sus descubrimientos desempeñó también un papel para hacer mayor el misterio.

En su faceta puramente humana, Newton era suficientemente normal como para cometer algunos pecadillos antes de graduarse, y en su libro de apuntes se hace una alusión a diversas asistencias a la taberna y a la pérdida en dos partidas de naipes. Se graduó de B. A. (Bachiller en Artes) en enero de 1664.

La gran plaga (peste bubónica) de 1664-65 con su más moderada repetición en el siguiente año, dio a Newton la oportunidad de madurar su genio. La Universidad estaba cerrada y la mayor parte de estos dos años Newton se retiró a meditar en Woolsthorpe. Hasta entonces no había hecho nada notable, excepto haber estado enfermo por su demasiado asidua observación de un cometa y de los halos lunares, o si hizo algo fue en secreto. En estos dos años inventó el método de las fluxiones (el Cálculo), descubrió la ley de la gravitación universal y demostró experimentalmente que la luz blanca está compuesta de luz de todos los colores. Por entonces tenía 25 años.

Un manuscrito fechado el 20 de mayo de 1665 muestra que Newton, a la edad de 23 años, había desarrollado suficientemente los principios del Cálculo para poder encontrar la tangente y curvatura en cualquier punto de cualquier curva continua. Llamó a su método "fluxiones", de la idea de "fluir" o cantidades variables y sus razones de "flujo" o “crecimiento”. Su descubrimiento del teorema del binomio, un paso esencial hacia un cálculo completamente desarrollado, fue realizado de este modo.

El teorema general amplía los resultados particulares del siguiente modo:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3,$$

y así sucesivamente, los cuales son encontrados utilizando el cálculo directo; de la siguiente forma:

$$(a+ab)^n = a^n + \frac{n}{1}a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1*2}a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1*2*3}a^{n-3}b^3 + \dots$$

donde los puntos indican que la serie se continúa de acuerdo con la misma ley seguida para los términos escritos; el término siguiente es:

$$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1*2*3*4}a^{n-4}b^4$$

Si n es uno de los números enteros positivos 1, 2, 3 .... la serie termina automáticamente después de n + 1 términos precisamente. Esto es mucho más fácil de probar (como en el Algebra escolar) por inducción matemática.

Pero si n no es un número entero positivo la serie no termina, y esta demostración es inaplicable. Como una prueba del teorema del binomio para los valores fraccionarlos y negativos de n (como también para valores más generales), con una exposición de las restricciones necesarias para a, b, tan sólo se obtuvo en el siglo XIX, en este lugar nos limitaremos a decir que al ampliar el teorema a estos valores de *n*, Newton pensó que el teorema era correcto para todos los valores de *a, b,* como tuvo ocasión de considerar en su obra.

Si procediendo como si fuera el siglo XVII, hacemos caso omiso de los refinamientos modernos, será fácil ver cómo el Cálculo fue finalmente inventado. Las nociones fundamentales son las de *variable, función y límite.* Para aclarar esta última se empleó largo tiempo.

Una letra, por ejemplo s, que puede tornar diferentes valores durante el curso de una investigación matemática se denomina una *variable*; por ejemplo, s es una variable si denota la altura de un cuerpo que cae hacia la tierra.

La palabra *función* (o su equivalente latino) parece que fue introducida en la Matemática por Leibniz en 1694; el concepto domina ahora gran parte de la Matemática y es indispensable en la ciencia. Desde el tiempo de Leibniz el concepto ha sido precisado. Si *y* y *x,* son dos variables tan relacionadas que siempre que se asigne un valor numérico a *x,* se determina un valor numérico de *y*, entonces *y* se llama función uniforme de *x,* y esto se simboliza escribiendo y = *f(x).*

En lugar de intentar dar una definición moderna de *límite*, nos concentraremos con uno de los más simples ejemplos de ese tipo que condujo a los continuadores de Newton y Leibniz (del primero especialmente) al uso de los límites al discutir la razón del cambio. Para los primeros que desarrollaron el Cálculo, las nociones de variable y límite fueron intuitivas; para nosotros son conceptos extraordinariamente sutiles protegidos por la etiqueta de misterios semimetafísicos, referentes a la naturaleza de los números, racionales e irracionales.

Supongamos que *y* es una función de *x,* o sea, *y = f(x). La razón del cambio de* y *con respecto* a x, o, como se dice, la *derivada de* y con *respecto* a x, se define del siguiente modo. Se da a *x* cualquier incremento, es decir ? *x* (léase "incremento de *x*"), de modo que *x* sea *x* + ? *x; y f(x)* o y, sea *f(x +* ? *x*). El incremento correspondiente, ? *y* de *y* es su nuevo valor menos su valor inicial; o sea, ? *y* = *f (x* +? *y) - f(x).*

Como una relativa aproximación a la razón del cambio de *y* con respecto a *x* podemos considerar, por nuestro concepto intuitivo de una razón como un "promedio", el resultado de dividir el incremento de y por el incremento de *x* o sea:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Pero esto es sin duda demasiado tosco, pues tanto *x* como *y* varían, y no podemos decir que este promedio represente la razón de *cualquier valor* particular de *x*. En consecuencia, disminuimos el incremento ? *x* indefinidamente, hasta que en "el límite" ? *x* se acerque a cero, y se sigue el "promedio" $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ a través de todo el proceso: del mismo modo ? *y* disminuye indefinidamente, y por último se acerca a cero; pero $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ no se nos presenta, por tanto, con el símbolo sin sentido $\frac{0}{0}$, sino con un *valor límite* definido, que es la razón pedida del cambio de *y* con respecto a *x*.

Para ver cómo se resuelve el problema supongamos que *f(x)* sea la función particular x^2, de modo que $y = x^2$. Siguiendo el procedimiento anterior tendremos:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x}$$

Nada se dice, sin embargo, acerca de los límites. Simplificando la ecuación anterior, tendremos:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x + \Delta x$$

y simplificando la ecuación en el mayor grado posible, supongamos *ahora* que ? x se acerca a cero; veremos que el valor límite de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ es $2x$, y en general, si $y = x^n$, el valor de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ será nx^{n-1} como se puede demostrar por el teorema del binomio.

Tal razonamiento no satisfará a un estudioso de hoy día, pero no podían hacer nada mejor los inventores del Cálculo, y ahora tendremos que conformarnos, si $y = f(x)$, *el valor* límite de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ (siempre que tal valor exista) se denomina la *derivada de y con respecto a x*, y se nota por $\frac{dy}{dx}$. Este simbolismo es debido esencialmente a Leibniz y es el que hoy se usa más; Newton usaba otro (y) que es menos conveniente.

Los ejemplos más sencillos de razón en Física son la velocidad y la aceleración, dos de los conceptos fundamentales de la dinámica. La velocidad es la razón del cambio de *distancia* (o "posición" o "espacio"), con respecto al tiempo. La aceleración es la razón del cambio de *veloci*dad con respecto al *tiempo.* Si s designa la distancia recorrida en el tiempo t por una partícula en movimiento (aceptando que la distancia es función del tiempo), la velocidad en el tiempo t, es $\frac{ds}{dt}$. Designando esta velocidad por v, tendremos la aceleración correspondiente, $\frac{dv}{dt}$.

Esto introduce la idea de una razón de razón o de una *derivada segunda*. En el movimiento acelerado, la velocidad no es constante, sino variable, y de aquí que tenga una razón de cambio: la aceleración es la razón de cambio de la razón, de cambio de la distancia (ambas razones con respecto al tiempo); y para indicar esta segunda razón o "razón de razón", escribimos $\frac{d^2s}{dt^2}$ para la aceleración. Esto puede tener una razón de cambio con respecto al tiempo; esta *tercera* razón se escribe $\frac{d^3s}{dt^3}$. Y así para la cuarta, quinta... razones, o sea para la cuarta, quinta... derivadas. Las derivadas más importantes en las aplicaciones del Cálculo a la ciencia son la primera y la segunda.

Si ahora volvemos a ocuparnos de lo que dijo Newton respecto de la *segunda ley del movimiento,* y lo comparamos con lo dicho para la aceleración, vemos que las "fuerzas" son proporcionales a las aceleraciones que producen. De este modo podemos establecer la ecuación *diferencial* en un problema que no es en modo alguno sencillo: el de las "fuerzas centrales"; una partícula es atraída hacia un punto fijo por una fuerza cuya dirección pasa siempre a través del punto fijo. Puesto que la fuerza varía como una función de la distancia s, o sea como *F(s)*, donde *s* es la distancia de la partícula en el tiempo *t*, desde e punto fijo O,

Figura 6.2

se requiere para describir el movimiento de la partícula. Una ligera consideración mostrará que

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -F(s)$$

habiendo sido empleado el signo menos porque la atracción disminuye la velocidad. Ésta es la *ecuación diferencial* del problema, así llamado debido a que comprende una razón, (la aceleración) y las razones (o derivadas) son el objeto de la investigación en el Cálculo *diferencial*.
Habiendo reducido el problema a una ecuación diferencial, tenemos que resolver ahora esta ecuación, es decir, encontrar la relación entre s y t, o, en lenguaje matemático, resolver la ecuación diferencial expresando s en función de t. Aquí comienza la dificultad. Puede ser muy fácil traducir una situación física determinada a una serie de ecuaciones diferenciales que ningún matemático puede resolver. En general, todo problema esencialmente nuevo en Física conduce a tipos de ecuaciones diferenciales que exigen la creación de nuevas ramas de la Matemática para su solución. La ecuación particular anterior puede, sin embargo, resolverse muy simplemente por medio de funciones elementales si $F(s) = \frac{1}{x^2}$, como en la ley de la atracción gravitacional de Newton. En lugar de detenernos en esta ecuación particular consideraremos otra mucho más sencilla que bastará para aclarar este punto importante:

$$\frac{dy}{dx} = x$$

Se ha admitido que y es función de x, cuya derivada es igual a x; así se exige para expresar y como función de x. Consideremos en la misma forma de un modo más general

$$\frac{dy}{dx} = f(x)$$

lo que plantea la pregunta: ¿Cuál es la función y de x cuya derivada (razón de cambio) con respecto a x es igual a *f(x)?* Siempre que podamos encontrar la función pedida (o siempre que tal función exista) la llamaremos la *antiderivada (primitiva) de f(x)*, y la notaremos por $\int f(x)dx$, por una razón que pronto se comprenderá. Por el momento tan sólo necesitamos observar que $\int f(x)dx$ simboliza una función (sí existe) cuya *derivada es* igual a *f(x)*.

Por simple inspección vemos que la primera de las ecuaciones mencionadas tiene la solución $\frac{1}{2}x^2 + c$, donde *c* es una constante (el número no depende de la variable *x*); así que $\int f(x)dx = \frac{1}{2}x^2 + c$.

Hasta este simple ejemplo puede indicar que el problema de calcular $\int f(x)dx$ para funciones de aspecto relativamente inocente f(x), puede estar más allá de nuestra capacidad. No hay que deducir que exista una "respuesta" en funciones conocidas cuando una *f(x)* se elige al azar, pues las posibilidades contra tal probabilidad son un infinito de la peor clase ("no numerables" uno a uno). Cuando un problema, físico conduce a una de estas pesadillas se aplican métodos aproximados que dan el resultado dentro de la exactitud deseada.

Con los dos conceptos básicos $\frac{dy}{dx} = f(x)$ y $\int f(x)dx$, del Cálculo infinitesimal podemos abordar ahora el *teorema fundamental del Cálculo* que los relaciona. Por simplicidad, usaremos una figura, aunque no es necesario.

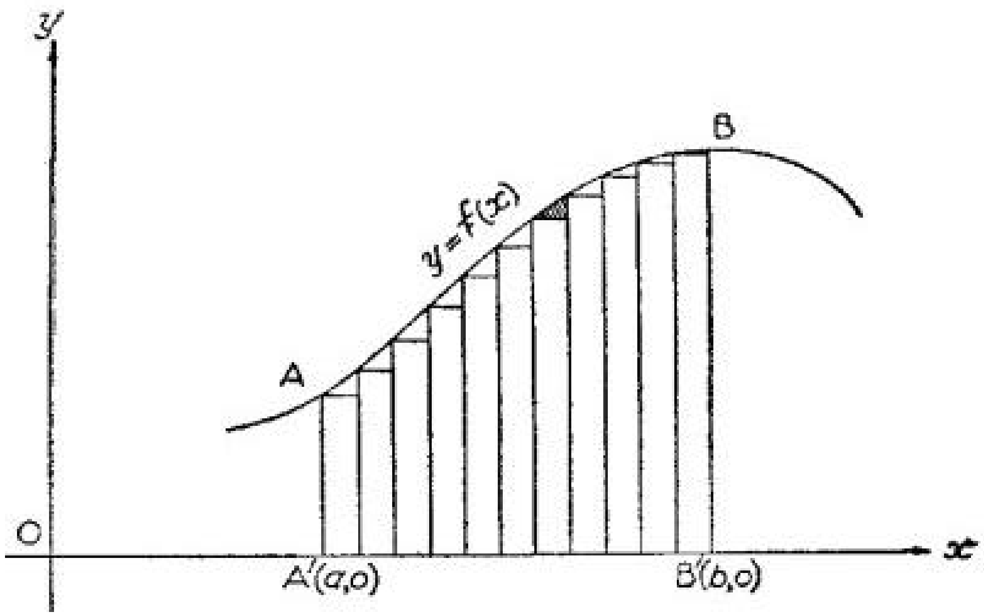


Figura 6.3

Consideremos una curva continua no cerrada cuya ecuación es *y = f(x)* en coordenadas cartesianas. Hay que encontrar el área comprendida entre la curva, el eje *x* y las dos perpendiculares *AA', BB'*, trazadas al eje de las *x* desde dos puntos *A, B,* de la curva. Las distancias *OA', OB'* son *a*, *b*, respectivamente, llamadas coordenadas de *A', B',* que son *(a, o), (b, o).* Procedamos como Arquímedes hizo, dividiendo el área pedida en fajas paralelas de igual anchura, considerando estas fajas como rectángulos, despreciando los fragmentos triangulares superiores, (uno de los cuales está sombreado en la figura), sumando las áreas de todos estos rectángulos, y finalmente *calculando el límite de esta* suma cuando el número de rectángulos aumenta indefinidamente. Hasta ahora no hay dificultad, pero ¿cómo calcularemos el límite?,

La respuesta es seguramente una de las cosas más asombrosas que un matemático puede descubrir.

Primero se encuentra $\int f(x)dx$. Supongamos que el resultado sea *F(x).* Si se sustituye *x* por *a* y *b*, tendremos *F (a),* y *F(b).* Ahora se resta el primero del segundo, *F(b) - F(a). Ésta es el área buscada.* Obsérvesela relación entre *y = f(x),* la ecuación de la curva dada; $\frac{dy}{dx} = f(x)$ que (como vimos en el capítulo sobre Fermat) da la inclinación da la inclinación de la tangente a la curva en un punto cualquiera (*x, y*); $\int f(x)dx$ o *F(x)* es la función cuya razón de cambio con respecto a *x* es igual *f(x).* Hemos admitido que el *área* pedida, que es una *suma límite* del tipo explicado al ocuparnos de Arquímedes, está dada por *F(b) - F(a).* Así hemos relacionado *inclinaciones* o *derivadas* con *sumas-límites* , o como se denominan, *integrales definidas*. El símbolo ? es una S antigua, la letra primera de la palabra *summa*.

Poniendo todo esto en símbolos, escribimos para el área en cuestión $\int_a^b f(x)dx$; *a* es el límite *inferior* de la suma, b el límite *superior;* y

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

en la que *F(b), F(a)* se calculan valorando la *"integral indefinida"* $\int f(x)dx$, o sea, hallando la función F(x), tal que su derivada con respecto a *x*, $\frac{dF(x)}{dx}$ es igual a *f (x).* Éste es el teorema fundamental del Cálculo como se presentó en su forma geométrica a Newton y también independientemente a Leibniz. Repetiremos que no han sido tenidos en cuenta numerosos refinamientos exigidos en una exposición moderna.

Dos sencillas pero importantes cuestiones pondrán punto final a este resumen de los conceptos principales del Cálculo formulado por los precursores. Hasta ahora sólo hemos considerado funciones de una sola variable, pero la naturaleza nos presenta funciones de varias variables y hasta de infinitas variables.

Para citar un ejemplo muy sencillo, el volumen *V* de un gas es una función de su temperatura *T* y la presión *P* sobre él; o sea *V = F(T,P):* la forma real de la función *F* no es necesario que sea especificada. Cuando *T, P,* varían, *V* varía. Pero supongamos que sólo una, *T* o *P,* varía, mientras la otra permanece constante. Nos encontramos ahora con una función de una variable, y la derivada de *F(T, P)* puede ser calculada con respecto a esa variable. Si *T* varía mientras *P* permanece constante, la derivada de *F(T, P)* con respecto a *T* se llama la *derivada* parcial (con respecto a *T*), y para mostrar que la variable *P* permanece constante, se usa un símbolo diferente,, para esta derivada parcial. De igual modo, si *P* varía mientras *T* permanece constante, tendremos $\frac{\partial F(T,P)}{\partial P}$. Precisamente como en el caso de derivadas ordinarias segunda, tercera,... tendremos el equivalente para las derivadas parciales; así $\frac{\partial^2 F(T,P)}{\partial T^2}$ significa la derivada parcial de $\frac{\partial F(T,P)}{\partial T}$ con respecto de *T*.

La gran mayoría de las ecuaciones importantes de la Física matemática son ecuaciones *diferenciales parciales.* Un ejemplo famoso es el de la ecuación de Laplace o la "ecuación de continuidad", que aparece en la teoría newtoniana de la gravitación, en la de la electricidad, magnetismo, movimiento de los fluidos etc.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=0$$

En el movimiento de los fluidos esta es la expresión matemática de que un fluido "perfecto" en el que no hay remolinos, es indestructible. Una derivada de esta ecuación estaría fuera de lugar aquí, pero una explicación de lo que significa puede hacerla menos misteriosa. Si no hay remolinos en el fluido, las tres velocidades componentes paralelas a los ejes de x, y, z de cualquier partícula en el fluido son calculables como las derivadas parciales

$$-\frac{\partial u}{\partial x},$$
$$-\frac{\partial u}{\partial y},$$
$$-\frac{\partial u}{\partial z}$$

de la misma función u, que será determinada por el tipo particular del movimiento. Combinando este hecho con la observación de que si el fluido es incompresible e indestructible debe salir tanto fluido de cualquier pequeño volumen en un segundo como fluye dentro de él, y observando que la cantidad de flujo que atraviesa en un segundo cualquier área pequeña es igual a la razón de flujo multiplicado por el área, veremos (combinando estas observaciones y calculando el flujo total que entra y que sale) que la ecuación de Laplace es una verdadera perogrullada.

Lo realmente asombroso de esta ecuación y de algunas otras de la Física matemática es que una perogrullada física, cuando es sometida a razonamientos matemáticos, proporciona datos imprevistos que no son perogrulladas. Las "anticipaciones" de los fenómenos físicos mencionadas en capítulos anteriores surgen de estos lugares comunes tratados matemáticamente.

Sin embargo, aparecen dos verdaderas y grandes dificultades en problemas. El primero se refiere al físico, que debe tener en cuenta las complicaciones que pueden ser excluidas de su problema sin mutilarlo en forma que impida todo reconocimiento, para que pueda ser tratado matemáticamente. La segunda se refiere al matemático, y ésta nos lleva a una cuestión de gran importancia, la última que mencionaremos en este resumen del Cálculo, la de los llamados problemas del *valor* límite.

La ciencia no plantea a los matemáticos ecuaciones como la de Laplace exigiéndoles que encuentren la solución general. Lo que desea es algo que suele ser mucho más difícil de obtener y es una solución particular que no sólo satisfaga la ecuación, sino que *además satisfaga ciertas condiciones auxiliares* dependientes del problema particular de que se trate.

La cuestión puede ser ilustrada por un problema sobre la conducción del calor. Existe una ecuación general (la de Fourier) para el "movimiento" del calor en un conductor, análoga a la de Laplace para el movimiento de los fluidos. Supongamos que se necesita encontrar la distribución final de la temperatura en una barra cilíndrica cuyos extremos se mantienen a una temperatura constante y cuya superficie curvada se mantiene a otra temperatura; la "final" significa que existe un "estado continuo" sin cambio ulterior de temperatura en todos los puntos de la barra. La solución no sólo debe satisfacer la ecuación general, sino que también debe explicar las temperaturas *de superficie* o las condiciones límites iniciales. Lo segundo es lo más difícil. Para una barra cilíndrica, el problema es muy diferente del que corresponde a una barra de sección rectangular. La teoría de los *problemas de valor-límite* tiene por objeto ajustar las soluciones de las ecuaciones diferenciales a condiciones iniciales prescritas. Esto ha sido creación de los últimos ochenta años. En cierto sentido la Física matemática es contemporánea de la teoría de los problemas de *valor-límite.*

La segunda de las grandes inspiraciones de Newton cuando tenía 22 ó 23 años (año 1666), estando en Woolsthorpe, fue su ley de la gravitación universal (ya expuesta). A este respecto no repetiremos la conocida historia de la manzana, y para variar la monotonía del relato clásico, expondremos la versión de Gauss cuando nos ocupemos de él.

La mayor parte de los autores aceptan que Newton hizo algunos cálculos aproximados en 1666 (teniendo 23 años), para ver si su ley de la gravitación universal podía explicar las leyes de Kepler. Algunos años más tarde (en 1684), cuando Halley le preguntó qué ley de la atracción explicaría las órbitas elípticas de los planetas, Newton replicó inmediatamente que la razón inversa de los cuadrados.

“¿Cómo lo sabéis?", preguntó Halley, quien había sido incitado por Sir Christofer Wren y otros autores a plantear la cuestión, como un gran argumento acerca del problema debatido durante algún tiempo en Londres.

“Porque lo he lo he calculado", replicó Newton. Al intentar repetir su cálculo, Newton cometió un error y creyó que estaba equivocado. Pero luego encontró el error y comprobó su conclusión original.

Se ha dicho que el retraso de 20 años en la publicación de la ley de gravitación universal fue una inmerecida contrariedad debida a datos inexactos. En este lugar preferiremos la menos romántica, pero la más matemática de las tres explicaciones que se han dado.

La demora de Newton se relaciona con su incapacidad para resolver cierto problema del Cálculo integral que era crucial para toda la teoría de la gravitación universal expresada en la ley newtoniana. Antes de que pudiera explicar tanto el movimiento de la manzana como el de la Luna, Newton tenía que encontrar la atracción total de una esfera homogénea sólida sobre cualquier partícula fuera de la esfera. *"Todas* las partículas de la esfera atraen la partícula fuera de ella con una fuerza que está en razón directa del producto de las masas de las dos partículas, e inversa del cuadrado de la distancia entre ellas. ¿Cómo se componen o se suman en la atracción resultante todas estas diferencias y atracciones infinitas en número?

Esto es sin duda un problema de Cálculo integral. Actualmente se cita a los manuales como un ejemplo que los estudiantes deben resolver en 20 minutos o menos y, sin embargo, Newton empleó veinte años. Finalmente lo resolvió: la atracción es la misma, como si toda la masa de la esfera estuviera reunida en un solo punto: en su centro. El Problema se reduce, pues, a encontrar la atracción entre dos partículas separadas a cierta distancia, y la solución inmediata de esto es la enunciada en la ley de Newton. Si esta es la correcta explicación de la demora de 20 años, podrá darnos cierta idea de la enorme labor que generaciones de matemáticos desde los días de Newton han realizado para desarrollar y simplificar el Cálculo, hasta el punto de que hoy pueda usarlo sin dificultad un muchacho de 16 años.

Aunque nuestro interés principal por Newton se centra en su talento como matemático, no podemos abandonarle con su obra maestra no desarrollada del año 1666. Hacer esto no daría idea de su grandeza, y debemos trazar un breve esquema de sus restantes actividades, sin entrar en detalles por falta de espacio.

Después de su regreso a Cambridge, Newton fue elegido miembro del Trinity en 1667, y en 1669 teniendo 26 años, sucedió a Barrow como profesor lucasiano de Matemática. Sus primeras lecciones se refirieron a la óptica. En ellas expuso sus descubrimientos y bosquejó su teoría corpuscular de la luz, según la cual la luz consiste en una emisión de corpúsculos y no es un fenómeno ondulatorio, como Huygens y Hooke suponían. Aunque las dos teorías parecen ser contradictorias, ambas son útiles actualmente para explicar los fenómenos de la luz, y se reconcilian en un sentido puramente matemático en la moderna teoría de los cuantos. Por tanto, no es correcto decir, como se decía hace años, que Newton estuviera completamente equivocado con su teoría corpuscular.

El año siguiente 1668, Newton construyó un telescopio de reflexión con sus propias manos, y lo utilizó para observar los satélites de Júpiter. Se proponía comprobar si la gravitación universal era realmente universal observando los satélites de Júpiter. Este año es también memorable en la historia del Cálculo. Los cálculos de Mercator por medio de series infinitas del área de la hipérbola atrajeron la atención de Newton. El método era prácticamente idéntico al suyo, que no había todavía publicado, pero que comunicó al Dr. Barrow y que circuló entre algunos de los mejores matemáticos.

Al ser elegido miembro de la Royal Society en 1672, Newton comunicó sus trabajos sobre los telescopios y su teoría corpuscular de la luz. Una comisión de tres miembros, que incluía al pendenciero Hooke, fue reunida para que informara acerca de los trabajos sobre óptica. Abusando de su autoridad como juez, Hooke se aprovechó de la oportunidad para hacer propaganda de la teoría ondulatoria y de sí mismo a expensas de Newton. Al principio Newton permaneció frío y en actitud científica ante la crítica, pero cuando el matemático Lukas y el médico Linus, ambos de Lieja, se unieron a Hooke y añadieran nuevas sugestiones y objeciones, que cambiaron la crítica legítima por otra capciosa y simplemente estúpida, Newton comenzó a perder la paciencia.

Una lectura de su correspondencia en la primera de sus violentas controversias podrá convencer de que Newton era celoso de sus descubrimientos. El tono de sus cartas cambia gradualmente desde su deseo de aclarar las dificultades que otros encuentran, hasta el asombro provocado por el hecho que los científicos puedan considerar a la ciencia cono un campo de batalla de sus querellas personales. De este asombro pasa rápidamente a una ira fría y a una resolución algo infantil de actuar por sí mismo en el futuro. No puede sufrir tranquilamente las necedades maliciosas.

Finalmente, en una carta fechada el 18 de noviembre de 1676, dice: “Veo que he hecho de mí un esclavo de la filosofía, pero si me veo libre del asunto de Mr. Lukas, me despediré para siempre de ella, salvo que me dedique en esa actividad para mi satisfacción privada. Veo que un hombre o no debe plantear nada nuevo, o tendrá que ser un esclavo para defenderlo". Sentimientos casi idénticos fueron expresados por Gauss en relación con la Geometría no-euclidiana.

La petulancia de Newton ante la crítica y su exasperación por las vanas controversias estalló después de la publicación de los *Principia*. Escribiendo a Halley el 20 de junio de 1688, dice: "La filosofía [la ciencia] es una dama impertinente y litigiosa, y un hombre, para estar en relaciones con ella, tiene que verse envuelto en pleitos. Lo vi desde un principio, y ahora no estoy muy dispuesto a acercarme, pues ella, me lo advierte". La Matemática, la dinámica y la mecánica celeste, fueron en efecto, podemos admitirlo, intereses secundarios para Newton. Su corazón estaba en la alquimia, en sus investigaciones en cronología y en sus estudios teológicos,

Fue tan solo impulso interno el que le lanzó, como una diversión, a la Matemática, y en el año 1679, teniendo 37 años (cuando también tenía planteadas seguramente en su cabeza o sobre su mesa sus descubrimientos e invenciones esenciales), escribió al pestilente Hooke. "Durante los últimos años me he esforzado por pasar de la filosofía a otros estudios, y no volveré a ellos a no ser que lo haga por diversión en algunas horas de descanso". Estas "diversiones" le sumieron, algunas veces en una meditación más profunda que sus labores confesadas, como cuando cayó gravemente enfermo por pensar día y noche en el movimiento de la Tierra, el único problema, que según dicen, le provocó dolor de cabeza.

Otra faceta de la susceptibilidad de Newton se muestra en la primavera de 1673, cuando escribió a Oldenburg renunciando a ser miembro en la Royal Society. Esta petulante acción ha sido diversamente interpretada. Newton daba como razones las dificultades financieras y la distancia que le separaba de Londres. Oldenburg, tomando al pie de la letra las palabras del matemático, le respondió que podía conservar su categoría de miembro sin pagar. Mientras tanto Newton recobró su serenidad y retiró su renuncia. Cierto es que pasó épocas de dificultades económicas, pero sus finanzas mejoraron.

Haremos notar aquí que Newton no era un soñador de pensamiento ausente cuando se trataba de dinero. Era extraordinariamente astuto y llegó a enriquecerse. Pero aunque astuto y económico fue también muy liberal con su dinero, y estuvo siempre dispuesto a ayudar a los amigos en caso de necesidad tan generosamente corno le era posible. Para los jóvenes era particularmente generoso.

Los años 1684-86 marcan una de las grandes épocas en la historia del pensamiento humano. Incitado hábilmente por Halley, Newton consintió al fin redactar para su publicación sus descubrimientos astronómicos y dinámicos. Probablemente ningún mortal ha pensado tan profundamente y con tanta intensidad como Newton lo hizo para escribir sus *Philosophiae Naturalís Principia Mathematica* (Principios matemáticos de filosofía natural). Sin cuidarse de su salud física, Ncwton pareció olvidarse de que tenía un cuerpo que necesitaba alimentarse y dormir, cuando se entregó a la composición de su obra maestra. Renunciaba a comer, y, después de dormir el menor tiempo posible, se sentaba semivestido durante horas, en el borde del lecho, para sumergirse en los laberintos de su matemática. En 1686, los Principia fueron presentados en la Royal Society, y en 1687 fueron impresos a expensas de Halley.

No podemos hacer aquí una descripción del contenido de los Principia, pero podemos resumir brevemente los inagotables tesoros que esta obra contiene. El espíritu que anima toda la obra es la dinámica de Newton, su ley de la gravitación universal y la aplicación de ambas al sistema solar, "el sistema del mundo". Aunque el Cálculo deja paso a la demostración geométrica sintética, Newton afirma (en una carta) que lo utilizó para obtener sus resultados, y luego procedió a revisar en la forma geométrica las pruebas proporcionadas por el cálculo, de modo que sus contemporáneos pudieran comprender más fácilmente el tema principal: la armonía dinámica de los cielos.

En primer término, Newton dedujo las leyes empíricas de Kepler basándose en su propia ley de la gravitación, y demostró cómo puede ser calculada la masa del Sol, y también cómo puede ser determinada la masa de un planeta que tenga un satélite. En segundo lugar inició la teoría extraordinariamente importante de las perturbaciones: la Luna, por ejemplo, no es sólo atraída por la Tierra, sino también por el Sol; de aquí que la órbita de la Luna será perturbada por la atracción del Sol. En esta forma Newton explicó dos antiguas observaciones, debidas a Hiparco y Ptolomeo. Nuestra propia generación ha visto ahora completamente desarrollada la teoría de las perturbaciones aplicada a las órbitas electrónicas, particularmente para el átomo del helio. Aparte de estas antiguas observaciones, otras siete irregularidades del movimiento de la Luna observadas por Tycho Brahe (1546-1601), Flamsteed (1646-1719) y otros autores, fueron deducidas de la ley de la gravitación. Esto por lo que se refiere a las perturbaciones lunares. Lo mismo puede decirse también de los planetas. Newton comenzó la teoría de las perturbaciones planetarias que en el siglo XIX iba a conducir al descubrimiento del planeta Neptuno, y en el siglo XX al de Plutón.

Los "sin ley", que aun son considerados como advertencias del cielo por los ojos supersticiosos, fueron colocados bajo la ley universal como miembros inocuos de la familia del Sol, con tal precisión que ahora calcularnos su retorno para darles la bienvenida (a no ser que Júpiter o algún otro planeta lo impida) tal como hicimos en 1910 cuando el bello cometa de Halley volvió a presentarse después de una ausencia de 74 años.

Newton comenzó el vasto y aun incompleto estudio de la evolución planetario, calculando (basándose en su dinámica y en la ley universal) el aplastamiento de la Tierra en sus polos debido a la rotación, y demostró que la forma de un planeta determina la longitud de su día, de modo que si conocemos exactamente cómo se aplasta Venus en los polos podremos decir cuánto tarda en completar su giro alrededor del eje que los une. Calculó la variación del peso según la latitud. Demostró que una cáscara hueca, limitada por superficies esféricas concéntricas, y homogénea no ejerce ninguna fuerza sobre un pequeño cuerpo colocado en el interior de ella. Esto tiene consecuencias importantes en electrostática, y también en el reino de la ficción como base de experimentos físicos que sirven de entretenimiento.

La precesión de los equinoccios fue bellamente explicada por la atracción de la Luna y el Sol sobre la curvatura ecuatorial de la Tierra, que da lugar a que nuestro planeta oscile como una peonza. Las misteriosas mareas cayeron también dentro del gran esquema; fueron calculadas tanto las mareas lunares como las solares, y pudo deducirse la masa de la Luna, observando las alturas de las mareas vivas y muertas. El primer libro establece los principios de la dinámica. El segundo, el movimiento de los cuerpos en los medios resistentes, y el movimiento de los fluidos; el tercero es el famoso "Sistema del Mundo".

Probablemente ninguna ley de la naturaleza ha sido tan sencillamente unificada como lo fue la ley de Newton de la gravitación universal en sus Principia. Es mérito de los contemporáneos de Newton haber reconocido, al menos vagamente, la magnitud de su obra, aunque pocos podrían seguir el razonamiento en cuya virtud fue logrado el estupendo milagro de la unificación, que transformó al autor de los Principia en un semidiós. Antes de que pasaran muchos años, el sistema newtoniano fue enseñado en Cambridge (1699) y en Oxford, (1704). Francia quedó aletargada durante medio siglo por los angélicos "torbellinos" de Descartes, pero una vez repuesta, el misticismo dio paso a la razón. y Newton encontró su máximo sucesor no en Inglaterra, sino **en** Francia, donde Laplace se dedicó a la tarea de continuar y completar los *Principia*.

Después de los Principia el resto es el anticlímax. Aunque la teoría lunar continuó incitándole y "recreándole", Newton cayó temporalmente enfermo de "Filosofía" y aprovechó la oportunidad para dirigirse a asuntos menos celestiales. Jacobo II, obstinado escocés y fanático católico, pretendió obligar a la Universidad a conceder el grado de maestro a un benedictino, a pesar de las protestas de las autoridades académicas. Newton era uno de los delegados que en 1687 fue a Londres para presentar el caso de la Universidad ante el Tribunal presidido por un tunante jurisconsulto: el Grand Lord Canciller George Jeffreys: “el infame Jeffreys" como es conocido en la historia. Después de haber insultado al presidente de la delegación orgullosamente, Jeffreys despidió a los restantes con la orden de proceder sin tardanza. Newton se mantuvo al parecer tranquilo. Nada se ganaba con responder a un liebre como Jeffreys en su propio tono. Pero cuando los demás iban a firmar un deshonroso compromiso, Newton se interpuso y evitó que firmasen. Nada de valor se había perdido ni menos el honor. "Un valor honrado en estas cuestiones, escribía más tarde Newton, asegurará todo, estando la razón de nuestra parte".

Cambridge apreció, sin duda, el valor de Newton, pues en enero de 1689 le eligió para representar a la Universidad en la Convención Parlamentaria, después de que Jacobo II huyó del país, para dejar paso Guillermo de Orange y su esposa Mary, y de que el fiel Jeffreys tuvo que ocultarse para escapar a la rápida justicia del populacho. Newton se sentó en el Parlamento hasta su disolución en febrero de 1690. En honor suyo diremos que no pronunció ningún discurso, pero fue fiel a su cargo y no se mostró buen político. Su diplomacia tuvo mucho que hacer para mantener leal al Rey y a la Reina la turbulenta Universidad.

El gusto por la "vida real" en Londres pudo arruinar la labor científica de Newton. Los amigos influyentes y oficiosos, incluyendo el filósofo John Locke (1632-1704), autor del famoso *Human Understanding*, convenció a Newton de que no debía negarse a participar en los honores. La imbecilidad máxima de la raza anglosajona es su estúpida creencia de que los cargos públicos o las posiciones administrativas, constituyen el honor supremo para un hombre inteligente. Los ingleses, finalmente (1699), nombraron a Newton director de la Casa de la Moneda para reformar y dirigir el sistema monetario del reino. Este paso de lo sublime a lo ridículo, alcanza su máximo en el comentario de Sir David Brewster (1860) acerca del "bien merecido reconocimiento" que obtuvo del pueblo inglés el genio de Newton. Como es natural, si Newton realmente deseaba algún nombramiento de este tipo, tenía derecho a conseguir lo que quisiera, pero sus amigos intrigantes no debían incitarle a ello.

Veamos cómo sucedió. Charles Montagu, más tarde conde de Halifax, miembro del Trinity College y amigo íntimo de Newton, ayudado e incitado por el charlatán e intrigante Samuel Pepys (1633-1703) de pública notoriedad, movidos a su vez por Locke y por Newton mismo, comenzaron a tender los puentes para que Newton obtuviera un reconocimiento "digno" de él.

Es evidente que las negociaciones no se realizaron siempre con facilidad, y el temperamento algo suspicaz de Newton le llevó a creer que algunos de sus amigos estaban jugando con él, como probablemente ocurría. El insomnio y la indiferencia por el alimento, que le capacitaron para escribir los Principia en diez y ocho meses, se vengaron de él. En el otoño de 1692 (cuando tenía casi cincuenta años y podía estar en lo mejor de su vida), Newton cayó gravemente enfermo. La repugnancia por el alimento y su insomnio casi total, agravados por una temporal manía persecutoria, le llevaron a un estado peligroso cercano al colapso mental total. Una patética carta de 16 de septiembre de 1693, que escribió a Locke, después de su restablecimiento, muestra que había estado muy enfermo.

Señor:
Pensando que queríais embrollarme con mujeres y por otros medios[1] *me sentí tan afligido que cuando me dijeron que estabais enfermo y que no viviríais, respondí: sería mejor que muriera. Deseo que me perdonéis por esta falta de caridad. Ahora estoy convencido de que lo que habéis hecho es justo, y os pido perdón por haber abrigado malos pensamientos, por haber dicho que atacabais la raíz de la moralidad en un principio establecido en vuestro libro de moral, que pensabais continuar en otro libro, y por haber afirmado que erais partidario de Hobbes. También os pido Perdón por haber dicho o pensado que había existido el propósito de comprarme por un cargo o embrollarme.*
Vuestro más humilde y desgraciado servidor.

Isaac Newton

Las noticias de la enfermedad de Newton se extendieron por el continente, donde, como es natural se exageraron mucho. Sus amigos, incluyendo uno que habría de ser más tarde su más amargo enemigo, se regocijaron por este restablecimiento. Leibniz escribía a un amigo expresándole su satisfacción por el hecho de que Newton hubiera sanado. Pero el mismo año de su restablecimiento (1693), Newton oyó decir por primera vez que el Cálculo infinitesimal era bien conocido en el continente y que era atribuido comúnmente a Leibniz.

La década después de la publicación de los Principia fue dividida entre la alquimia, la teología y los pesares, con incursiones más o menos involuntarias a la teoría lunar. Newton y Leibniz se hallaban aún en términos cordiales. Sus "amigos" respectivos, completamente ignorantes de las Matemáticas en general y del Cálculo en particular, no habían aún empujado a uno contra el otro para que se acusaran de plagiarios en la invención del Cálculo, y hasta de otras cosas peores, en la querella más vergonzosa acerca de la prioridad que registra la historia de la Matemática. Newton reconocía los méritos de Leibniz, Leibniz reconocía los de Newton, y en esta fase pacífica de su amistad ninguno pensó, ni por un momento, que el otro le hubiera robado la más mínima idea acerca del Cálculo infinitesimal.

Más tarde, en 1712, cuando el hombre de la calle, el celoso patriota que no sabe nada de los hechos, se dio vaga cuenta de que Newton había hecho algo extraordinario en el campo de la Matemática, (más que lo que había sido, hecho en todo el tiempo anterior a él, según decía Leibniz), la cuestión respecto a quién inventó el Cálculo, constituyó una cuestión de celos nacionales, y todo inglés culto tuvo que alistarse tras de su campeón, afirmando que su rival era un estafador y un embustero.

Al principio Newton no tuvo culpa alguna, ni tampoco la tuvo Leibniz. Pero a medida que se afirmaba el instinto deportivo británico, Newton se dispuso al ataque, y él mismo sugirió o consintió que se proyectasen sombras acerca de la falta de honradez con que se procedía para obtener el título de campeón internacional a cualquier costa. Leibniz y sus partidarios hicieron lo mismo. La consecuencia de todo esto fue que la obstinada Inglaterra vio marchitarse la Matemática durante todo un siglo después de la muerte de Newton, mientras que Suiza y Francia, más progresivas, siguieron la dirección de Leibniz y desarrollaron su incomparablemente mejor y más sencilla forma de *escribir* el Cálculo,

[1] Se había murmurado que la sobrina favorita de Newton se habría aprovechado de sus encantos para favorecer los nombramientos de Newton.

perfeccionaron la cuestión y la hicieron sencilla, aplicándola fácilmente a diversas investigaciones, cosa que los inmediatos sucesores de Newton debían haber tenido el honor de hacer.

En 1696, teniendo 54 años, Newton fue nombrado administrador de la Casa de la Moneda. Su tarea era reformar el sistema monetario. Habiéndolo hecho así, fue ascendido en 1699 al cargo de Director. La única satisfacción que pueden tener los matemáticos en esta degradación de la suprema inteligencia de Newton es la refutación que proporciona a la necia superstición de que los matemáticos no tienen sentido práctico. Newton fue uno de los mejores Directores de la Casa de la Moneda que ha habido, pues se entregó seriamente a su tarea.

En 1701-1702 Newton volvió a representar a la Universidad de Cambridge en el Parlamento, y en 1703 fue elegido Presidente de la Royal Society, cargo honroso para el que fue reelegido repetidas veces, hasta su muerte en 1727. En 1705 fue nombrado caballero por la reina Ana. Probablemente este honor se debió a sus servicios corno Director de la Casa de la Moneda más que al reconocimiento de su posición en el templo de la sabiduría. Podríamos plantearnos la siguiente cuestión: si una cinta colgada al cuello es el premio para un político intrigante, ¿por qué un hombre inteligente e íntegro puede sentirse adulado si su nombre aparece en la lista de los honores concedidos por el Rey? César puede recibir de buen agrado las cosas que le pertenecen, pero cuando un hombre de ciencia, corno tal hombre de ciencia, solicita las migajas de la mesa de la realeza, se compara a los sarnosos y hambrientos perros que lamen las úlceras de los pordioseros. Es de creer que Newton fuera honrado caballero por sus servicios en la Casa de la Moneda, no por su ciencia.

¿Se anuló el genio matemático de Newton? En su mayor parte no. Continuó siendo el compañero de Arquímedes. Pero el sabio griego, aristócrata por nacimiento, no se cuidó jamás de los honores de una posición de que siempre había gozado; hasta el último minuto de su larga vida se dedicó a la Matemática con la misma intensidad con que lo había hecho en su juventud. Pero a pesar de las enfermedades y de la pobreza, los matemáticos pertenecen intelectualmente a una raza de larga vida; su capacidad de creación sobrevive en algunas décadas a la de los poetas y artistas y hasta a la de los científicos. Newton tenía aun una inteligencia tan vigorosa como la que había poseído siempre. Si sus intrigantes amigos le hubieran dejado tranquilo, Newton podría haber creado fácilmente el Cálculo de variaciones, un instrumento para los descubrimientos *físicos* y matemáticos en lugar de dejar que lo iniciaran los Bernoulli, Euler y Lagrange. Ya lo había barruntado en los Principia cuando determinó la forma de la superficie de revolución que puede engendrarse en un fluido con la mínima resistencia. Estableció así en grandes líneas todo el método. Igual que Pascal cuando abandonó este mundo por el reino más satisfactorio de los cielos, Newton era aún un matemático cuando volviendo su espalda a sus estudios de Cambridge se paseó por el más impresionante santuario de la Casa de la Moneda.

En 1696, Johann Bernoulli y Leibniz lanzaron dos endiablados desafíos a los matemáticos de Europa. El primero tiene aún importancia; el segundo no es de la misma clase. Supongamos dos puntos fijados al azar en un plano vertical. ¿Cuál es la forma de la curva que una partícula debe seguir (sin fricción) bajo la influencia de la gravedad, para pasar del punto superior al inferior en el menor tiempo? Este es el problema la braquistócrona, (tiempo mínimo). Después de que el problema tuvo en jaque a los matemáticos de Europa durante seis meses , Newton oyó hablar de él por primera vez el 29 de enero de 1696, cuando un amigo se lo comunicó. Acababa de llegar a su casa, fatigado, después de una larga jornada en la Casa de la Moneda. Después de cenar resolvió el problema (y también el segundo), y al día siguiente comunicó sus soluciones anónimamente a la Royal Society. A pesar de todas sus precauciones, no pudo ocultar su identidad. Mientras estuvo en la Casa de la Moneda, Newton se opuso a los esfuerzos de los matemáticos y hombres de ciencia que querían arrastrarle a discusiones de interés científico. Al ver la solución, Bernoulli exclamó inmediatamente: "Ah, reconozco al león por su garra". (No es esta una traducción exacta del latín de Bernoulli). Todos reconocieron a Newton, y lo habrían hecho aunque tuviera un saco de monedas sobre su cabeza y no dijera su nombre.

Una segunda prueba de la vitalidad de Newton fue dada en 1716, cuando tenía 74 años. Leibniz propuso un problema, que a él le pareció particularmente difícil, a los matemáticos de Europa, dirigiéndose a Newton en particular[2]. Newton lo recibió a las cinco de la tarde, cuando volvía fatigado de la terrible Casa de la Moneda. Lo resolvió aquella misma tarde. Leibniz pensaba con demasiado optimismo que esta vez había atrapado al león. En toda la historia de la Matemática Newton no ha tenido superior, ni quizá igual, en la capacidad para concentrar todas las fuerzas de su inteligencia sobre un problema difícil.

La historia de los honores que pueden recaer en un hombre, es una cuestión sin importancia. Newton tuvo todo lo que puede tener un hombre durante su vida. En general, Newton llevó una existencia más afortunada que la que han tenido otros grandes hombres. Su salud física fue excelente hasta sus últimos años. Jamás gastó anteojos y sólo perdió un diente. Sus cabellos encanecieron cuando tenía treinta años, pero permanecieron espesos y suaves hasta su muerte.

El recuerdo de sus últimos días es más humano y más conmovedor. Tampoco Newton podía escapar al sufrimiento. Su valor y resistencia, bajo el casi constante dolor que sufrió durante los últimos dos o tres años de su vida, añade otro laurel a su corona como ser humano. Sufrió las torturas de "los cálculos" sin quejarse, aunque el sudor brotaba de su frente, y siempre tuvo una palabra de simpatía para los que le rodeaban. Por último, "una persistente tos" le debilitó mucho y después de haber cedido el dolor durante algunos días, murió pacíficamente, entre la una y las dos de la mañana, el 20 de marzo de 1727, a los 85 años. Fue enterrado en la Abadía de Westminster.

[2] El problema era encontrar las trayectorias ortogonales de cualquier familia uniparamétrica de curvas (en lenguaje moderno).