Capítulo Segundo
Mentes Modernas en Cuerpos Antiguos

ZENON, EUDOXIO, ARQUIMEDES

La gloria que fue Grecia y el fausto que fue Roma.
E. A. Poe

.

Para apreciar nuestra propia Edad de Oro de la Matemática debemos tener en cuenta algunas de las grandes y sencillas directrices de aquellos cuyo genio preparó hace largo tiempo el camino para nosotros, -y debemos lanzar una ojeada a las vidas y obras de tres griegos: Zenón (495-435 a. de J. C.), Eudoxio (408-355 a. de J. C.) y Arquímedes (287-212 a. de J. C.) Euclides será mencionado más tarde, donde encuadra mejor su obra.
Zenón y Eudoxio son representantes de dos vigorosas y opuestas escuelas de pensamiento matemático que florecen en la actualidad, la crítica destructiva y la crítica constructiva. La mente de ambos poseía un espíritu crítico tan penetrante como la de sus sucesores de los siglos XIX y XX. Este juicio puede, como es natural, invertirse: Kronecker (1823-1891) y Brouwer (1881-), los críticos modernos del Análisis matemático, las teorías del infinito y del continuo, son tan antiguas como Zenón; los creadores de las teorías modernas de la continuidad y el infinito, Weierstrass (1815-1897), Dedekind (1831-1916) y Cantor (1845-1918) son contemporáneos intelectuales de Eudoxio.
Arquímedes, la inteligencia más grande de la antigüedad, es moderno hasta el tuétano. Él y Newton podían haberse comprendido perfectamente, y es muy posible que Arquímedes, si hubiera podido vivir hasta seguir un curso de postgraduado en Matemática y física, hubiera comprendido a Einstein, Bohr, Heisenberg y Dirac mejor que éstos se han comprendido entre sí. De todos los antiguos, Arquímedes es el único cuyo pensamiento gozó de la libertad que los matemáticos más grandes se permiten actualmente después de que 25 siglos han alisado su camino. Arquímedes es el único entre los griegos que tuvo suficiente altura y vigor para ver claro a través de los obstáculos colocados en la, senda del progreso matemático por los aterrorizados geómetras que habían escuchado a los filósofos.
Cualquier enumeración de los tres matemáticos más grandes de la historia, incluiría el nombre de Arquímedes. Los otros dos que de ordinario se asocian a él son Newton (1642-1727) y Gauss (1777-1855) Quienes consideran la relativa pobreza de la ciencia matemática y física en las respectivas edades en que estos gigantes vivieron y comparen sus conquistas con el carácter de sus tiempos colocarían a Arquímedes en él primer lugar. Si los matemáticos y hombres de ciencia griegos hubieran seguido a Arquímedes en vez de a Euclides, Platón y Aristóteles, seguramente habrían anticipado en dos millares de años la edad de la Matemática moderna, que comenzó con Descartes (1596-1650) y Newton en el siglo XVII, y la edad de la ciencia física moderna, inaugurada por Galileo (1564-1642) en el mismo siglo.

Tras estos tres precursores de la época moderna se alza la figura semimística de Pitágoras (569?-500? a. de J. C.), matemático místico, investigador de la naturaleza, "una décima de genio y nueve décimas de aguda mentira". Su vida tiene algo de fábula, rica con el increíble aumento de sus prodigios, siendo el hecho más importante para el desarrollo de la Matemática el haberla distinguido del extraño misticismo de los números con que revistió sus especulaciones cósmicas. Viajó por Egipto, aprendió mucho de sus sacerdotes, visitó Babilonia y repitió sus experiencias de Egipto; fundó una secreta hermandad para el alto pensamiento matemático y las especulaciones físicas, mentales, morales y éticas, en Cretona, en el sur de Italia, y además realizó dos de las más grandes contribuciones a la Matemática. Según la leyenda, murió en las llamas de su propia escuela quemada por los fanáticos políticos y religiosos que azuzaron a las masas para protestar contra la instrucción que Pitágoras pensaba darles. *Sic transit gloria mundi.*
Antes de Pitágoras, nadie, se había dado clara cuenta de que la prueba debe proceder de las suposiciones. De acuerdo con la tradición, Pitágoras fue el primer europeo que insistió en que los axiomas, los postulados, deben establecerse al principio, en el desarrollo de la Geometría, y que todo el desarrollo descansa en las aplicaciones del razonamiento deductivo partiendo de los axiomas. Siguiendo la práctica corriente emplearemos la palabra "postulado" en lugar de "axioma", pues el axioma tiene una perniciosa asociación histórica de "verdad evidente por sí misma", que no tiene el postulado. El postulado es una arbitraria suposición establecida por el matemático mismo y no por Dios Todopoderoso.
Pitágoras estableció, pues, la prueba en la Matemática. Ésta es una conquista. Antes de él, la Geometría había sido una colección de reglas a las que se había llegado empíricamente, sin una clara indicación de que estuvieran relacionadas entre sí y sin la más leve sospecha que pudieran deducirse de un número relativamente pequeño de postulados. La prueba constituye hoy el verdadero espíritu de la Matemática y nos parece difícil imaginar cómo pudo prescindir de ella el razonamiento matemático.
La segunda contribución matemática sobresaliente de Pitágoras es el descubrimiento, que le humilló y desoló, de que los números naturales comunes 1,2,3,...1 son insuficientes para la construcción de la Matemática, hasta en la forma rudimentaria en que él la conocía. Ante este capital descubrimiento predicó, como un profeta, que toda la naturaleza, el Universo entero, físico-metafísico, mental, moral, matemático, todas las cosas están construidas según la norma discontinua de los números naturales 1, 2, 3,...[1] y sólo es interpretable en función de estos ladrillos proporcionados por Dios. Dios, declaraba Pitágoras, es en efecto " número", y por número quería referirse al número natural común. Sin duda se trata de una sublime concesión, bella y simple, pero tan inabordable como su eco en Platón - "Hasta Dios geometriza", o en Jacobi: "Hasta Dios aritmetiza", o en Jeans: "El gran Arquitecto del Universo comienza ahora a aparecer como un matemático". Una obstinada discrepancia matemática demolió la filosofía, la, matemática y la metafísica de Pitágoras. Pero, a diferencia de algunos de sus sucesores, aceptó finalmente la derrota después de haber luchado en vano para anular el descubrimiento que había abolido su credo.
He aquí lo que había derrumbado su teoría: es imposible encontrar dos números enteros tales que el cuadrado de uno de ellos sea igual al doble del cuadrado del otro. Esto puede ser probado por un simple razonamiento[2] que está al alcance de cualquiera que haya estudiado unas pocas

[1] Estrictamente se llaman los números naturales. (Nota del traductor)
[2] Supongamos $a^2 = 2b^2$ donde, sin pérdida de generalidad, a, b, son números enteros sin ningún factor común mayor que 1 (tal factor puede ser suprimido en la ecuación aceptada) Si a es un número impar nos encontramos ante una

semanas de Álgebra, o hasta por cualquiera que comprenda la Aritmética elemental. En realidad Pitágoras encontró su tropiezo en Geometría: la razón entre el lado de un cuadrado y una de sus diagonales no puede ser expresada como razón de dos números enteros cualesquiera. Este juicio es equivalente al anterior referente a los cuadrados de los números enteros. En otra forma podemos decir que la raíz cuadrada de 2 es irracional, o sea, no es igual a un número entero o fracción decimal exacta o suma de los dos, obtenida dividiendo un número entero por otro; un concepto geométrico tan simple como el de la diagonal de un cuadrado desafía a los números naturales 1, 2, 3,... y niega la primitiva filosofía pitagórica. Podemos construir fácilmente la diagonal geométrica, pero no podemos medirla con un número finito de pasos. Esta imposibilidad da lugar claramente a los números irracionales y a los procesos infinitos que atraen la atención de los matemáticos. Así, la raíz cuadrada de 2 puede ser calculada con cualquier número finito dado de cifras decimales por el proceso enseñado en la escuela o por métodos más importantes, pero las cifras decimales jamás "se repiten periódicamente" (como por ejemplo ocurre para 1/7) En este descubrimiento Pitágoras encontró el fundamento del moderno Análisis matemático.
Los resultados obtenidos por este simple problema no fueron admitidos de un modo satisfactorio por todos los matemáticos. Nos referimos a los conceptos matemáticos del infinito (lo incontable), límites y continuidad, conceptos que están en la raíz del Análisis moderno. Tiempo tras tiempo las paradojas y sofismas que se deslizan en la Matemática con estos conceptos al parecer indispensables han sido considerados y finalmente eliminados, y sólo reaparecen una generación o dos más tarde, cambiados aunque siempre los mismos. Los encontramos más vivos que nunca en la Matemática de nuestro tiempo. Los razonamientos siguientes constituyen una descripción extraordinariamente simple e intuitiva de la situación.

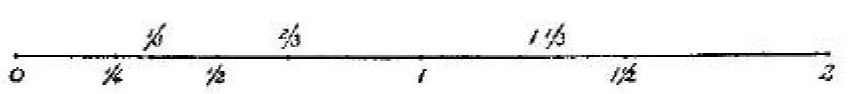

Figura 2.1

Consideremos una línea recta de diez centímetros de largo y supongamos que ha sido trazada por el "movimiento" "continuo" de un -"punto". Las palabras entre comillas son las que ocultan las dificultades. Sin analizarlas podemos fácilmente persuadirnos de que describimos lo que ellas significan. Ahora escribamos en el extremo izquierdo de la línea la cifra 0 y en el extremo derecho el número 2. A mitad del camino entre 0 y 2 escribiremos 1; a la mitad entre 0 y 1 escribiremos 1/2; a la mitad entre 0 y 1/2 escribiremos 1/4, y así sucesivamente. De modo análogo entre 1 y 2 escribiremos 1 1/2 y entre 1 1/2 y 2, 1 1/4, y así sucesivamente. Una vez hecho esto procederemos del mismo modo y escribiremos 1/3, 2/3, 1 1/3, 1 2/3, y entonces descompondremos cada uno de los segmentos resultantes en segmentos iguales más pequeños. Finalmente "en la imaginación" podemos concebir que este proceso se realiza para todas las fracciones comunes y números mixtos comunes que son mayores que 0 y menores que 2; los puntos de división conceptual nos dan todos los números racionales entre 0 y 2. Tratase de un número infinito de puntos. ¿Llegarán a "cubrir" completamente la línea? No. ¿A qué punto corresponde la raíz cuadrada de 2? A ningún punto, pues esta raíz cuadrada no se obtiene dividiendo un número cualquiera entero por otro. Pero la raíz cuadrada de 2 es sin duda un "número" de algún tipo[3]; su punto representativo se encuentra entre 1,41 y 1,42 y nosotros

contradicción inmediata, puesto que $2b^2$ es par; si a es par, ó sea $2c$, entonces $4c^2 = 2b^2$ ó $2c^2 = b^2$, de modo que b es par, y por tanto a y b tienen el factor común 2, lo, que es de nuevo una contradicción
[33] Trátase manifiestamente de una afirmación viciosa

podemos colocarlo tan aproximado como nos plazca. Para cubrir la línea completamente con puntos nos veremos forzados a imaginar o a inventar infinitamente más "números" que los racionales. Es decir, aceptamos que la línea es continua, y postulamos que cada punto de ella corresponde a un uno y solamente a un "número real". El mismo tipo de suposición puede ser llevado a todo un plano y aun más allá, pero esto basta por el momento.
Problemas tan sencillos como éstos pueden conducir a serias dificultades. Con respecto a estas dificultades, los griegos estaban divididos, como nosotros lo estamos, en dos grupos irreconciliables. Uno se detenía en su ruta matemática y rechazaba marchar hacia el Análisis: el Cálculo integral en el cual nosotros nos detendremos cuando lleguemos a él; el otro intentaba vencer las dificultades y conseguía convencerse a sí mismo de que así lo hacía. Aquellos que se detenían, aunque cometían pocos fracasos, eran comparativamente estériles para la verdad no menos que para el error; aquellos que necesitaban descubrir muchas cosas del más alto interés para la Matemática y el pensamiento racional en general, dejaban algunas veces abierta la critica destructiva, precisamente como ha sucedido en nuestra propia generación. Desde los primitivos tiempos nos encontramos con estos dos tipos mentales diferentes y antagónicos: los cautelosos que justifican quedarse atrás debido a que la tierra tiembla bajo sus pies, y los más audaces precursores que saltan el abismo para encontrar tesoros y seguridad relativa en el otro lado.
Estudiaremos primeramente algunos de aquellos que se negaban a saltar. Para hallar un pensamiento tan penetrante y sutil que lo iguale tenemos que llegar hasta el siglo XX y encontrar a Brouwer.

Zenón de Elea (495-135 a. de J. C.), amigo del filósofo Parménides, cuando visitó Atenas con su protector dejó sorprendidos a los filósofos inventando cuatro inocentes paradojas que no podían resolver con palabras. Se dice que Zenón fue un campesino autodidacto. Sin intentar resolver cuál fue su propósito al inventar sus paradojas se han mantenido opiniones diferentes nos limitaremos a mencionarlas. Teniéndolas presentes resulta evidente que Zenón, hubiera podido objetar nuestra división "infinitamente continuada" de la línea de diez centímetros, descrita antes. Así se deduce de las dos primeras de sus paradojas. La Dicotomía y el argumento Aquiles. Las dos últimas, sin embargo, muestran que hubiera podido objetar con la misma vehemencia la hipótesis opuesta, la de que la línea no es "divisible infinitamente" y que se compone dé una serie separada de puntos que pueden ser numerados 1, 2, 3,... Las cuatro en su conjunto constituyen un círculo de hierro más allá del cual el progreso parece imposible.
Primero, *la Dicotomía*. El movimiento es imposible, debido a que siempre que se mueve debe alcanzar la mitad de su curso antes de que alcance el final; pero antes de haber alcanzado la mitad debe haber alcanzado la cuarta parte y así sucesivamente de modo indefinido. De aquí que el movimiento nunca pueda iniciarse.
Segundo, el argumento *Aquiles*. Aquiles corriendo tras una tortuga que se halla delante de él jamás puede alcanzarla, pues primero debe llegar al lugar desde el cual la tortuga ha partido; cuando Aquiles llega a ese sitio la tortuga ya no está allí y siempre marcha adelante. Repitiendo el argumento podemos fácilmente ver que la tortuga siempre estará delante.
Ahora examinemos las opuestas.
Tercera, *la flecha*. Una flecha que se mueve en un instante dado está en reposo o no está en reposo, es decir, se mueve. Si el instante es indivisible, la flecha no puede moverse, pues si lo hace el instante quedaría dividido inmediatamente. Pero el tiempo está constituido de instantes. Como la flecha no puede moverse en ningún instante, no podrá en ningún momento. De aquí que siempre permanecerá en reposo.

Cuarta, el *Stadium*. "Para demostrar que la mitad del tiempo puede ser igual al doble del tiempo consideraremos tres filas de cuerpos una de las cuales, (A) está en reposo, mientras que las otras dos, (B) y (C), se mueven con igual velocidad en sentidos opuestos.

	Primera posición					Segunda posición					
(A)	0	0	0	0	(A)		0	0	0	0	
(B)	0	0	0	0	(B)	0	0	0	0		
(C)	0	0	0	0	(C)			0	0	0	0

En el momento en que todas están en la misma parte del curso (B), habrá sobrepasado doble números de cuerpos en (C) que en (A) Por lo tanto el tiempo que ha empleado para pasar (A) es doble que el tiempo que ha empleado para pasar (C) Pero el tiempo que (B) y (C) han empleado para alcanzar la posición (A) es el mismo. Por tanto el doble del tiempo es igual a la mitad del tiempo" (traducción de Burnet) Es útil imaginar (A) como una valla de estacas.
Estas son, en lenguaje no matemático, la serie de dificultades que encontraron los primeros que se ocuparon de la continuidad y el infinito. En los libros escritos hace 20 años se dice que "la teoría positiva del infinito" creada por Cantor, y la teoría de los números "irracionales", como la raíz cuadrada de 2, inventada por Eudoxio, Weierstrass y Dedekind, han disipado todas estas dificultades para siempre. Esa afirmación no podía ser aceptada por todas las escuelas del pensamiento matemático. Así, al detenernos en Zenón nos hemos, en efecto, discutido a nosotros mismos. Quienes deseen saber algo más respecto a esos problemas pueden consultar el Parménides de Platón. Necesitamos tan sólo hacer notar que Zenón finalmente perdió su cabeza por traición o algún acto semejante. Poco es lo que relativamente hicieron para el progreso de la Matemática los sucesores de Zenón, aunque al menos intentaron hacer temblar sus fundamentos.

Eudoxio (408-355 a. de J. C.), de Cnido, heredó el legado que hizo Zenón al inundo y no mucho más. Como muchos de los hombres que se han dedicado a la Matemática, Eudoxio sufrió de extrema pobreza en su juventud. Platón estaba en sus años mozos cuando vivía Eudoxio y Aristóteles tenía alrededor de los 30 años cuándo Eudoxio murió. Tanto Platón como Aristóteles, los filósofos principales de la antigüedad, estaban influidos por las dudas que Zenón había inyectado en el razonamiento matemático y que Eudoxio, en su teoría de las proporciones - "la corona de la Matemática griega"-, suavizó hasta la última cuarta parte del siglo XIX.
Siendo joven, Eudoxio se trasladó a Atenas desde Tarento, donde había estudiado con Archytas (428-347 a. de J. C.), un excelente matemático, administrador y soldado. Llegado a Atenas, Eudoxio pronto encontró a Platón. Como era demasiado pobre para vivir cerca de la academia, Eudoxio venía desde el Pireo, donde el pescado, el aceite de oliva y el alojamiento eran baratos. Aunque Platón no era un matemático en el sentido técnico, fue llamado "el hacedor de la Matemática" y no puede negarse que cuando estaba irritado hacía Matemáticas infinitamente mejores que cuando quería crear verdaderas Matemáticas. Como veremos, su notable influencia para el desarrollo de la Matemática fue probablemente perniciosa. Pero rápidamente reconoció lo que era Eudoxio y fue su amigo devoto hasta que comenzó a sentir celos por su brillante protegido. Se dice que Platón y Eudoxio hicieron juntos un viaje a Egipto. De ser así, parece que Eudoxio fue menos crédulo que su predecesor Pitágoras. Platón, sin embargo, muestra los efectos de haberse incorporado buena parte del misticismo de los números, propio del Oriente.

Encontrándose poco popular en Atenas, Eudoxio se estableció y enseñó en Cycico, donde transcurrieron sus últimos años. Estudió medicina y se dice que fue un médico práctico y un legislador por encima de su Matemática. Como si todo esto no fuera suficiente, realizó un serio estudio de Astronomía, a la cual enriqueció con notables contribuciones. En su construcción científica se encontraba varios siglos adelante de sus verbalizantes y filosofantes contemporáneos. Como Galileo y Newton, tenía un gran desprecio por las especulaciones acerca del Universo físico que no podían ser comprobadas por la observación y la experiencia. Si marchando hasta el Sol, decía, pudiera decirse cuál es su forma, tamaño y naturaleza, podría correrse gustosamente el destino de Faetón, pero mientras tanto no hay necesidad de establecer conjeturas.
Alguna idea de lo que Eudoxio hizo puede obtenerse partiendo de un sencillo problema. Para encontrar el área de un rectángulo multiplicamos el largo por el ancho. Aunque esto nos parece fácil presenta graves dificultades, a no ser que ambos lados sean medibles por números racionales. Pasando por esta particular dificultad, la vemos en una forma más evidente en el siguiente tipo más sencillo de problema, el de hallar la longitud de una línea curva, o el área de una superficie curva, 0 el volumen encerrado por superficies curvas.
Quien desee comprobar su capacidad matemática, debe intentar descubrir un método para demostrar estas cosas. Supuesto que jamás lo haya visto hacer en la escuela, ¿cómo procederá para dar una prueba rigurosa de la fórmula de la longitud de una circunferencia que tenga un determinado radio? Siempre que por su propia iniciativa lo haga, puede pretender ser considerado como un matemático de primera categoría. En el momento en que se pasa de las figuras limitadas por líneas rectas o superficies planas caemos en los problemas de la continuidad, los enigmas del infinito y los laberintos de los números irracionales. Eudoxio ideó el primer método lógicamente satisfactorio que Euclides reprodujo en el Libro V de sus Elementos. En su método de exhaución aplicado al cálculo de áreas y volúmenes, Eudoxio demostró que no necesitamos aceptar la "existencia" de "cantidades infinitamente pequeñas". Para los fines de un matemático es suficiente poder llegar a una cantidad tan pequeña como queramos por la división continuada de una cierta cantidad.
Para terminar cuanto se refiere a Eudoxio mencionaremos su definición, que marca una época, de las razones iguales que capacitan a los matemáticos para tratar los números irracionales tan rigurosamente tomó los racionales. Este fue esencialmente el punto de partida de la moderna teoría de los irracionales.
"Se dice que la primera de cuatro cantidades tiene la misma razón respecto de la segunda como tiene la tercera respecto de la cuarta, cuando, siempre que consideremos equimúltiples (iguales múltiplos) de la primera y la tercera, y cualquier otro equimúltiplo de la segunda y cuarta, el múltiplo de la primera es mayor, igual a, o menor que el múltiplo de la segunda, cuando el múltiplo de la tercera es mayor, igual, o menor que el múltiplo de la cuarta".
Después del año 1600 sólo Apolonio merece ser citado entre los griegos cuya obra haya influido sobre la Matemática. Apolonio (260?-200? a. de J.C.) se dedicó a la Geometría en la forma de Euclides, esa forma que es aún enseñada a los pobres principiantes, llevándola más allá del estado en que Euclides (330? - 275? a. de J.C.) la dejó. Como geómetra de este tipo, geómetra "puro", sintético, Apolonio no tiene par hasta que se llega a Steiner en el siglo xix.
Si un cono de base circular y que se extiende indefinidamente en ambas direcciones más allá de su vértice se corta por un plano, la curva que el plano determina en la superficie del cono se denomina sección cónica.
Existen cinco tipos posibles de secciones cónicas: la elipse; la hipérbola, que tiene dos ramas; la parábola, el camino de un proyectil en el vacío; la circunferencia; y un par de líneas curvas que se

cortan. La elipse, la parábola y la hipérbola son "curvas mecánicas", según la fórmula platónica; es decir, estas curvas no pueden ser construidas por el solo uso de la regla y el compás, aunque sea fácil, con estos instrumentos, construir cualquier número de puntos sobre cualquiera de estas curvas. La geometría de las secciones cónicas fue llevada a un alto grado de perfección por Apolonio y sus sucesores, y pudo verse, en los siglos XVII y siguientes, que tenían máxima importancia en la mecánica celeste.

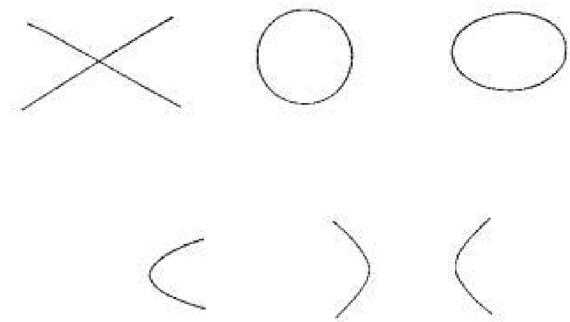

Figura 2.2

En efecto, si no hubiera sido por los geómetras griegos es poco probable que Newton hubiera llegado a su ley de la gravitación universal, para la cual Kepler preparó el camino con sus laboriosos e ingeniosos cálculos de las órbitas de los planetas.
Entre los últimos griegos y árabes de la Edad Media, Arquímedes parece haber inspirado la misma devoción y reverencia que Gauss despertó entre sus contemporáneos y continuadores en el siglo XIX y Newton en los siglos XVII y XVIII. Arquímedes fue el indiscutido jefe de todos ellos, "el anciano", "el más sabio", "el maestro", "el gran geómetra". Arquímedes vivió entre los años 287-212 a. de J. C. Gracias a Plutarco se sabe más de su muerte que de su vida y quizá no sea erróneo decir que para Plutarco, el biógrafo histórico típico, el rey de la Matemática es un personaje histórico menos importante que el soldado romano Marcelo. Sin embargo, Marcelo debe su recuerdo a Arquímedes, y al par que su recuerdo su execración. En la muerte de Arquímedes encontramos el primer golpe de una civilización groseramente práctica sobre lo más sublime que pudo destruir Roma, habiendo casi demolido Cartago, orgullosa de sus victorias, cayó con su púrpura imperial sobre Grecia para derribar su delicada fragilidad.
Arquímedes, aristócrata en cuerpo y alma, hijo del astrónomo Feidias, había nacido en Siracusa, Sicilia, y se dice que era pariente de Hierón II, tirano (o rey) de Siracusa. De todos modos se hallaba en excelentes relaciones con Hierón y su hijo Gelón, quienes tenían por el rey de la Matemática gran admiración. Su temperamento esencialmente aristocrático se manifiesta en su posición por lo que actualmente se denomina ciencia aplicada. Aunque fue uno de los más grandes genios de la mecánica, si no el más grande, el aristócrata Arquímedes tenía una sincera repugnancia por sus invenciones prácticas. Desde cierto punto de vista estaba justificado. Muchos libros podrían escribirse acerca de lo que Arquímedes hizo en la mecánica aplicada, pero, por grande que fuera esta obra, queda ensombrecida por su contribución a la Matemática pura.
Estudiaremos en primer término los pocos hechos conocidos acerca de él y la leyenda de su personalidad.
Según la tradición, Arquímedes es el tipo perfecto del gran matemático que el pueblo concibe. Igual que Newton y Hamilton, se olvidaba de comer cuando estaba ensimismado en la Matemática. En su falta de atención por el vestido ha sobrepasado a Newton, pues cuando hizo su descubrimiento fundamental de que un cuerpo que flota pierde de peso una cantidad igual a la del

líquido que desaloja, salió del baño, en el cual había hecho el descubrimiento al observar su propio cuerpo flotante, y corrió por las calles de Siracusa, completamente desnudo, gritando: "Eureka, eureka" (lo encontré, lo encontré) Lo que había encontrado era la primera ley de la hidrostática. Refiere la historia que un orfebre había adulterado el oro de una corona para Hierón mezclándolo con plata, y el tirano, al sospechar el engaño, había planteado a Arquímedes el problema. Cualquier estudiante sabe cómo se resuelve, mediante un simple experimento, y algunas fáciles cuentas aritméticas, basadas en el peso específico. El principio de Arquímedes y sus numerosas aplicaciones prácticas son muy conocidos actualmente, pero el hombre que primeramente pudo formularlo tenía bastante más que sentido común. En realidad no se sabe si el orfebre fue culpable, pero de ordinario se supone que lo era.

Otra exclamación de Arquímedes que se ha conservado a través de los siglos es "dadme un punto de apoyo y moveré el mundo". La frase podía ser un perfecto lema para un Instituto científico moderno y parece extraño que no haya sido utilizada. Existe otra versión en mejor griego pero su significación es la misma.

En una de sus excentricidades Arquímedes se parecía a otro gran matemático, Weierstrass. Según una hermana de este último, no se podía confiar en él cuando tenía un lápiz en la mano y ante su vista se hallaba un trozo de pared blanco o un puño de la camisa limpio. Arquímedes batió este record en sus días, pues el suelo arenoso o la tierra lisa endurecida servía de "pizarra".

Arquímedes, cuando se sentaba ante el fuego, sacaba las cenizas y dibujaba en ellas. Al salir del baño, cuando se untaba con aceite de olivas, según la costumbre de la época, en lugar de vestirse se perdía en sus dibujos que trazaba con una uña sobre su propia piel afeitada.

Arquímedes fue una especie de águila solitaria. Siendo joven había estudiado breve tiempo en Alejandría, Egipto, donde contrajo dos amistades íntimas, Conon, un matemático de talento por quien Arquímedes tenía un alto concepto personal e intelectual, y Eratóstenes, también buen matemático, aunque un completo petimetre. Estos dos, particularmente Conon, parece que fueron los únicos hombres a quienes Arquímedes participó sus pensamientos, seguro de ser comprendido. Algunos de sus trabajos más complicados fueron comunicados por cartas a Conon. Más tarde, cuando Conon murió, Arquímedes mantuvo correspondencia con Dositeo, un discípulo de Conon.

Haciendo abstracción de sus grandes contribuciones a la Astronomía y a las invenciones mecánicas, expondremos un simple e incompleto resumen de las principales contribuciones que Arquímedes hizo a la Matemática pura y aplicada.

Inventó métodos generales para encontrar las áreas de figuras planas curvilíneas y los volúmenes limitados por superficies curvas, y aplicó estos métodos a muchos casos especiales, incluyendo el círculo, la esfera, segmentos de una parábola, el área limitada entre dos radios y dos pasos sucesivos de una espiral, segmentos de esfera y segmentos de superficies engendradas por la revolución de rectángulos (cilindros), triángulos (conos), parábolas (paraboloides), hipérbolas (hiperboloides) y elipses (esferoides), alrededor de sus ejes principales. Ideó un método para calcular ((la razón de la circunferencia de un círculo a su diámetro), y fijó el valor de (entre 3 1/7 y 3 10/71; también encontró métodos para hallar las raíces cuadradas aproximadas, lo que muestra que se anticipó a la invención hecha por los hindúes, respecto a las fracciones continuas periódicas. En Aritmética sobrepasó extraordinariamente la incapacidad del método no científico griego de simbolizar los números al escribir o incluso escribir grandes números, e inventó un sistema de numeración capaz de tratar números tan grandes como se deseara. En mecánica estableció algunos de los postulados fundamentales, descubrió las leyes de la palanca, y aplicó sus principios mecánicos para calcular las áreas y centros de gravedad de diversas superficies

planas y sólidos de diversas formas. Creó toda la ciencia de la hidrostática, y la aplicó para encontrar las posiciones de reposo y de equilibrio de cuerpos flotantes de diversos tipos.
A Arquímedes se debe, no sólo una obra maestra, sino muchas. ¿Cómo pudo hacerlo? Sus exposiciones lógicas no permiten intuir el método de que se valió para llegar a sus maravillosos resultados. Pero en 1906, J. L. Heiberg, el historiador y estudioso de la Matemática griega, hizo en Constantinopla el notable descubrimiento de un tratado hasta entonces "perdido" de Arquímedes, dirigido a su amigo Eratóstenes: Sobre teoremas mecanices, método. En él Arquímedes explica cómo pesando, en la imaginación, una figura o sólido cuya área o volumen sea desconocida frente a una conocida se llega al conocimiento del hecho buscado; conocido el hecho, era relativamente fácil para él demostrarlo matemáticamente. Brevemente, utilizó su mecánica para hacer avanzar la Matemática. Este es uno de sus títulos para ser considerado como una mente moderna: lo utilizó todo, y todas las cosas que sugirió fueron un arma para abordar sus problemas.
Para un hombre moderno todo es sencillo en la guerra, en el amor y en la Matemática; para muchos de los antiguos la Matemática era un juego embrutecedor que había que jugar según las reglas impuestas por Platón, cuya estructura mental era filosófica. Según Platón únicamente debían ser permitidas las reglas y un par de compases como instrumentos de construcción en Geometría. No hay que admirarse de que los geómetras clásicos se golpearan las cabezas durante siglos frente a los "tres problemas de la antigüedad": la trisección de un ángulo; construir un cubo de doble volumen que otro dado; construir un cuadrado igual a un círculo. *Ninguno de esos problemas es posible hacerlo utilizando únicamente regla y compás*; aunque es difícil demostrar que el tercero no lo es, y su imposibilidad fue finalmente demostrada en 1882. Todas las construcciones efectuadas con otros instrumentos eran denominadas mecánicas, y como tal, por alguna razón mística conocida únicamente por Platón y su Dios geometrizante, eran consideradas vulgares, y tabú para una Geometría respetable[4]. Tan sólo cuando Descartes, 1985 años después de la muerte de Platón, publicó su Geometría analítica, pudo escapar la Geometría de su rigidez platónica. Platón murió 60 años o más antes de que Arquímedes naciera, de modo que no puede ser censurado, por no apreciar la potencia y libertad de los métodos de Arquímedes. Por otra parte, Arquímedes merece sólo alabanzas al no respetar esa concepción rígidamente encorsetada que Platón tenía de la musa de la Geometría.
El segundo requisito de Arquímedes para ser considerado moderno se basa también sobre sus métodos. Anticipándose a Newton y Leibniz en más de 2000 años inventó el Cálculo integral, y en uno de sus problemas anticipó la creación del Cálculo diferencial. Estos dos cálculos juntos constituyen lo que se denomina el "cálculo infinitesimal considerado como el instrumento más poderoso que se ha inventado para la exploración matemática del universo físico. Para citar un solo ejemplo, supongamos que queremos encontrar el área de un círculo. Entre otras formas de hacer esto podemos dividir el círculo en cierto número de bandas paralelas de igual anchura, reducir los extremos curvados de las bandas, de modo que los fragmentos desechados sean lo menor posible, y luego sumar las áreas de todos los rectángulos resultantes. Esto nos da una aproximación del área buscada. Aumentando el número de bandas indefinidamente y tomando el límite de la suma, encontraremos el área del círculo. Este proceso (toscamente descrito) de tomar el límite de la suma se llama integración; el método de realizar tales sumas se denomina Cálculo integral. Este cálculo fue el que Arquímedes utilizó para encontrar el área de un segmento de parábola y para otras cuestiones.

[4] En realidad la posibilidad de las construcciones con *la regla y el compás*, es según muchos eruditos la prueba de la *existencia* de la misma para los griegos (*Nota del T.*)

El problema en que utilizó el Cálculo diferencial fue el de la construcción de una tangente en un punto dado de la espiral creada por él.

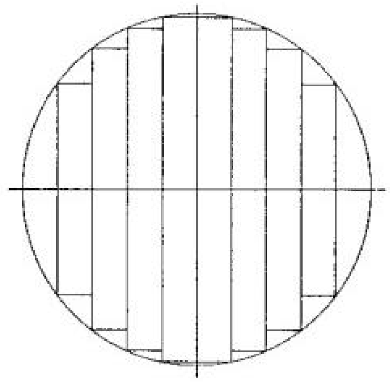

Figura 2.3

Si el ángulo que forma la tangente con cualquier línea dada es conocido, puede trazarse fácilmente, pues es una simple construcción trazar una línea recta por un punto dado paralela a una determinada línea recta. El problema de encontrar dicho ángulo (para cualquier curva, no simplemente para la espiral) es, en lenguaje geométrico, el problema principal del Cálculo diferencial. Arquímedes resolvió este problema para su espiral. Espiral es la curva descrita por un punto que se mueve con velocidad uniforme a lo largo de una línea recta que gira con velocidad angular uniforme alrededor de un punto fijo de, la línea.

La vida de Arquímedes era tan tranquila como debe ser la de un matemático que ha hecho lo que él hizo. Toda la acción y tragedia de vida quedan coronadas en su muerte. En el año 212 a. de J. C. estalló la segunda guerra púnica. Roma y Cartago estaban en guerra, y Siracusa, la ciudad de Arquímedes, tentadoramente situada cerca del camino de la flota romana. ¿Porqué no ponerle sitio? Y los romanos así lo hicieron. Orgulloso de sí mismo ("descansando sobre su propia gran fama", como dijo Plutarco), y confiando en el esplendor de su "preparación" más que en los cerebros, el jefe romano, Marcelo, estaba seguro de una rápida conquista. El orgullo de su confiado corazón era .una primitiva pieza de artillería colocada sobre una elevada plataforma mantenida por ocho galeras reunidas. Considerando su fama, esperaba 'que los tímidos ciudadanos pusieran en sus manos la llave de la ciudad. Hierón no lo hizo así. Estaba bien preparado para la guerra y de una manera que el práctico Marcelo no podía soñar.

Parece que Arquímedes, aunque despreciaba la Matemática aplicada, tuvo que ceder, en tiempo de paz, a las inoportunidades de Hierón, y pudo demostrarle, con satisfacción del tirano, que la Matemática puede ser, si es necesario, prácticamente devastadora. Para convencer a su amigo de que la Matemática es capaz de algo más que de deducciones abstractas, Arquímedes aplicó sus leyes de las palancas y poleas para mover un barco totalmente cargado que él mismo pudo botar con una sola mano. Recordando esta hazaña, Hierón, al ver acercarse las nubes de la guerra, solicitó a Arquímedes que preparara una adecuada bien venida a Marcelo. Abandonando una vez más sus investigaciones para complacer a su amigo, Arquímedes preparó por sí solo un Comité de recepción que pudiera dar una sorpresa a los precipitados romanos. Cuando llegaron, sus ingeniosas diabluras estaban dispuestas para darles un buen saludo.

El aparato en forma de arpa apoyado sobre las ocho galeras no duró más que la fama del orgulloso Marcelo. Piedras, cada una de las cuales pesaba más de un cuarto de tonelada, salían de las supercatapultas de Arquímedes demoliéndolo todo. Picos y garras de hierro se alzaban sobre los muros para asir a los barcos que se acercaban, y volcándolos los arrastraban hacia la arena o los arrojaban contra las escolleras. Las fuerzas terrestres, movidas también por los aparatos de Arquímedes, no les dieron mejor acogida. Ocultando su derrota en los boletines oficiales, y considerándola como una retirada hacia una nueva posición anteriormente preparada, Marcelo conferenció con sus ayudantes. Incapaz de preparar a sus amotinadas tropas para un asalto a las terribles murallas, el famoso romano se retiró.

Bastaba cierto sentido militar para que Marcelo no incluyera en las órdenes del día "ataques contra la muralla"; abandonando todos los pensamientos de un ataque central capturó Megara en la retaguardia y finamente se dirigió hacia Siracusa. Esta vez la suerte le acompañó. Los necios habitantes de Siracusa se entregaban a una fiesta religiosa en honor de Artemisa. La guerra y la religión siempre han dado lugar a un bilioso cocktail; sorprendidos en la fiesta, Marcelo hizo una carnicería.

La primera noticia que tuvo Arquímedes de que la ciudad había sido tomada fue la sombra de un soldado romano que se proyectaba sobre sus dibujos en la arena. Un relato dice que el soldado, al pisar los dibujos, dio lugar a que Arquímedes exclamara excitadamente: "No borres mis círculos". Otros afirman que Arquímedes se negó a obedece la orden de un soldado, para que le acompañara a presencia de Marcelo, hasta que hubiera resuelto su problema. De todos modos lo cierto es que el irritado soldado desenvainó su glorioso sable y dio muerte al inerme geómetra que a la sazón tenía 70 años. Así murió Arquímedes.

Con razón, dice Whitehead: "Ningún romano ha perdido su vida por estar absorbido en la contemplación de una figura matemática".